

CONTRIBUTIONS POUR L'APPROXIMATION ET LA RÉDUCTION DE MODÈLE
DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

Marie Billaud-Friess

Centrale Nantes, Nantes Université
Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (UMR 6629)

Ces dernières années les méthodes de réduction de modèles sont devenues incontournables pour la résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP) paramétrées et/ou en grande dimension. Les travaux de recherche présentés dans le cadre de cette Habilitation à Diriger des Recherches concernent de récentes contributions dans ce domaine. Les méthodes proposées ont été développées aussi bien dans un cadre déterministe que probabiliste.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à des méthodes d'approximation de faible rang dans un cadre déterministe. Ces approches peuvent être présentées selon les deux points de vue suivants: soient comme des méthodes d'approximation sous format de tenseur ou bien comme des approches basées sur des projections dans des espaces de petite dimension. Pour des applications en quantification d'incertitudes, nous proposons une méthode d'approximation sous format de tenseur, basée sur des formulations idéales en minimum de résidu pour des problèmes en grande dimension. Puis, des méthodes basées sur des projections pour l'approximation de quantités d'intérêt à valeur fonctionnelle ou vectorielle sont discutées. Par la suite, l'extension et la mise en oeuvre de ces méthodes d'approximation de faible rang pour des problèmes paramétrés et dépendant du temps est considérée. En particulier, nous avons étudié des approches dites dynamiques de type bases réduites et d'approximation dans la variété des matrices de rang fixé.

Dans un second temps, nous présentons des approches probabilistes pour l'approximation de la solution d'EDP (éventuellement dépendant de paramètres) en utilisant des estimations ponctuelles de la fonction recherchée. La clef de voûte des contributions présentées est le théorème de représentation de Feynman-Kac qui permet d'explicitier la solution d'une équation aux dérivées partielles, évaluée ponctuellement, comme l'espérance d'une fonctionnelle stochastique. Ainsi, une méthode probabiliste d'interpolation parcimonieuse a été proposée pour traiter des EDP en grande dimension. Par ailleurs, une méthode des bases réduites utilisant des estimations ponctuelles est discutée pour la résolution d'EDP paramétrées.

Mots clés : EDP, problèmes paramétrés, problèmes en grande dimension, méthodes de réduction de modèles, approximation de faible rang, approches déterministes et probabilistes