Correction DS informatique d'instrumentation (S2)

F. Auger, 17 avril 2014,

<u>exercice 1</u>

$(250)_{10} = \underset{122}{128} + 122 = 128 + \underset{58}{64} + 58 = 128+64+\underset{26}{32}+26 = 128+64+32+16+8+2$

$= (1111|1010)_2 = (FA)_{16} = (11\ 11\ 10\ 10)_2 = (3322)_4$

$(11\ 0|1\ 1|1\ 0|0)_2 = (6C)_{16} = (01|10|11|00)_2 = (1230)_4$

$= 1\times 64 + 2\times 16 + 3\times 4 = 64+32+12 = 96+12 = (108)_{10}$

$(2013)_4 = (10|00|01|11)_4 = (87)_{16} = 1+2+4+128 = (135)_{10}$

$(\underset{14}{E}\underset{13}{D})_{16} = (11|10\ 11|01)_2 = (3231)_4 = 14\times 16 + 13 = 160 + 64 + 13$

$= 224 + 13 = (237)_{10}$

Si n_2 est pair, alors les chiffres binaires peuvent être regroupés par paires, donc $n_4 = n_2/2$ ou $n_2 = 2n_4$

Si n_2 est impair, alors il y a un chiffre binaire qui sera tout seul à gauche donc $n_4 = \frac{n_2-1}{2} + 1$ donc $2n_4 = n_2 - 1 + 2 = n_2 + 1$

soit $n_2 = 2n_4 - 1$

Par exemple $\underbrace{(1001)_2}_{\substack{4 \text{ chiffres} \\ n_2=4}} = (10|01)_2 = \underbrace{(21)_4}_{\substack{2 \text{ chiffres} \\ n_4=2}}$ $\quad n_2 = 2n_4 \quad \boxed{n_4 = n_2/2}$

$\underbrace{(10010)_2}_{n_2=5} = (01|00|10)_2 = \underbrace{(102)_4}_{n_4=3}$ $\quad n_2 = 2n_4 - 1 \quad \boxed{n_4 = (n_2+1)/2}$

De même, si n_4 est paire, les chiffres peuvent être regroupés par 2,
donc $n_{16} = n_4/2$ soit $n_4 = 2n_{16}$

Si n_4 est impair, ~~le~~ chiffre le plus à gauche va devenir un chiffre hexadécimal : $(123)_4 = (01|10\,11)_2 = (1B)_{16}$

donc $n_{16} = \frac{n_4 - 1}{2} + 1$

exercice 2

a	b	c	a.b	a+b	f1	f2	f3
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	1	1

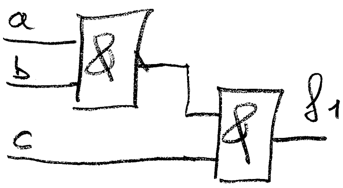
$a.b$ vaut 1 si a et b valent 1

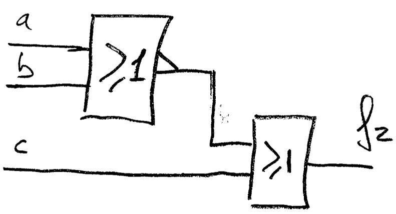
$a+b$ vaut 1 si $a=1$ ou $b=1$

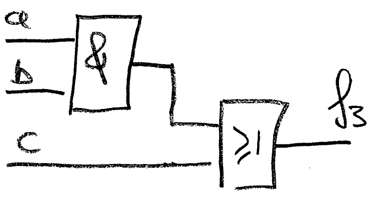
$f_1 = \overline{a.b}.c$ vaut 1 si $\overline{a.b} = 1$ et $c=1$
donc si $a.b=0$ et $c=1$

$f_2 = \overline{a+b} + c$ vaut 1 si $\overline{a+b} = 1$ ou si $c=1$
donc si $a+b=0$ ou si $c=1$

$f_3 = (a.b) + c$ vaut 1 si $a.b=1$ ou si $c=1$







suite question c exo 3

C_2 ab \ cd	00	01	11	10
00			1	
01			1	1
11	1	1	Φ	1
10	Φ	1	1	Φ

$\bar{a}cd$

$bc\bar{d}$

$ab\bar{c}$

$a\bar{b}d$

$C_2 = a(b\bar{c} + \bar{b}d) + c(\bar{a}d + b\bar{d})$

exercice 3

a	b	c	d	c_1	c_2	c_3	c_{2b}
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

c_1 vaut 1 quand a, b, c et d valent 1

c_2 vaut 1 quand c_1 vaut 0 et quand il y a soit a et b, soit b et c soit c et d soit a et d qui valent 1

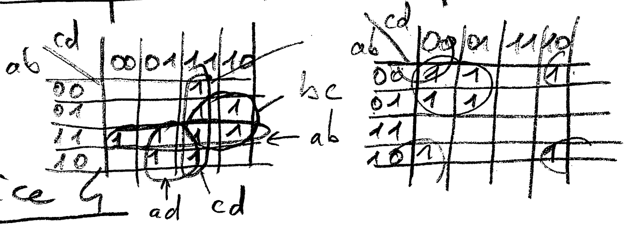
c_3 vaut 1 quand c_1 et c_2 valent 0

$$c_1 = a.b.c.d$$

$$c_{2b} = a.b + b.c + c.d + a.d = a.(b+d) + c(b+d) = (a+c).(b+d)$$

$$c_2 = c_{2b} . \overline{c_1}$$

$$c_3 = \overline{c_1} . \overline{c_2} = \overline{c_{2b}}$$



$$\boxed{c_3 = \overline{a}\,\overline{c} + \overline{b}\,\overline{d}}$$

Exercice 4

a) E est codé en binaire sur 3 chiffres. Il prend toutes les valeurs entre $(000)_2 = 0$ et $(111)_2 = (7)_{10}$

Voir feuille ci-jointe

b) S prend des valeurs entre 0 et 7. Il peut donc lui aussi être codé en binaire sur 3 bits

c) Voir feuille ci-jointe :

$$s_2 = e_1 . e_0 + e_2$$

$$s_1 = e_2 . e_0 + e_1 . \overline{e_0}$$

$$s_0 = e_2 \overline{e_1}\,\overline{e_0} + \overline{e_2} . \overline{e_1} . e_0 + e_2 e_1 e_0 + \overline{e_2} e_1 \overline{e_0}$$

$$= \overline{e_1} . (e_2 \overline{e_0} + \overline{e_2} . e_0) + e_1 (e_2 . e_0 + \overline{e_2} . \overline{e_0})$$

$$= \overline{e_1}\,(e_0 \oplus e_2) + e_1\,\overline{e_0 \oplus e_2} = e_0 \oplus e_1 \oplus e_2$$

Université de Nantes - IUT de Saint-Nazaire

Département Mesures Physiques

Devoir surveillé d'informatique d'instrumentation

Semestre 2, 2013/2014. Durée : 1 **heure 45**.

Les quatre exercices sont indépendants. Si vous joignez cet énoncé à votre copie, indiquez ci-dessous votre nom, prénom et groupe.	
nom, prénom	groupe

1. **(6 points)**
La représentation en base 4 (ou système de numération quaternaire[1]) correspond à une expression des nombres entiers naturels basée sur leur décomposition sur les puissances successives de 4, affectées de coefficients compris entre 0 et 3 : si N est représenté dans cette base par $(c_{n-1}\, c_{n-2} \ldots c_1\, c_0)_4$, alors $N = c_0 + 4\, c_1 + 4^2\, c_2 + \ldots + 4^{n-2}\, c_{n-2} + 4^{n-1}\, c_{n-1}$. Par exemple $(1032)_4 = 1 \times 4^3 + 0 \times 4^2 + 3 \times 4 + 2 = (78)_{10}$.
Puisque $4 = 2^2$, ce système de numération équivaut aussi à regrouper 2 par 2 les chiffres de la représentation binaire d'un nombre, en commençant par la droite : par exemple $(210)_{10} = (11010010)_2 = (11\ 01\ 00\ 10)_2 = (3102)_4$.

4 (a) Compléter toutes les cases du tableau de la figure 1.

1 (b) Quelle est la relation entre n_2, le nombre de chiffres de la représentation binaire d'un nombre et n_4, le nombre de chiffres de sa représentation quaternaire ?

1 (c) Quelle est la relation entre le n_{16}, nombre de chiffres de la représentation hexadécimale d'un nombre et n_4, le nombre de chiffres de sa représentation quaternaire ?

	représentation			
	décimale	binaire	quaternaire	hexadécimale
1	250	11111010	3322	FA
1	108	1101100	1230	6C
1	135	10000111	2013	87
1	237	11101101	3231	ED

Figure 1: Tableau de comparaison des représentations de plusieurs nombres entiers naturels, utilisé dans l'exercice 1.

2. **(4 points)**
À partir des variables logiques a, b, c, on souhaite réaliser les fonctions

3x 0,5

$$f_1 = \overline{a \cdot b} \cdot c, \quad f_2 = \overline{a + b} + c \quad \text{et} \quad f_3 = (a \cdot b) + c$$

(a) En complétant le tableau de la figure 2, faire le tableau de vérité de ces trois fonctions.

(b) Faire un schéma des circuits permettant d'obtenir f_1, f_2 et f_3 à partir de a, b, c, en utilisant des opérateurs élémentaires de logique combinatoire.

5x0,5

3. **(5 points)**
On souhaite concevoir un système de contrôle qualité dans une usine de fabrication d'ardoises carrées[2]. Pour cela, on fait défiler toutes les ardoises fabriquées sous une caméra à l'aide d'un tapis roulant, et on contrôle l'état des coins (voir figure 3). On notera a, b, c et d l'état des coins (en notant 1 si le coin est en bon état et 0 si le coin est cassé). On souhaite trier les ardoises en trois categories :

[1] Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Systeme_quaternaire.

[2] Exercice rédigé à partir d'un exercice proposé dans http://www-sop.inria.fr/members/Sandrine.Chemla/docs/TP.pdf

- C_1 : les ardoises qui ont leurs quatre coins en bon état ;
- C_2 : les ardoises qui ne sont pas de première catégorie mais qui ont au moins deux coins en bon état du même coté (par exemple a et b), que l'on peut donc utiliser sur une toiture en laissant visibles les deux cotés en bon état et en cachant les deux autres ;
- C_3 : toutes les autres ardoises.

Pour cela, trois variables logiques c_1, c_2 et c_3 vont être déduites de a, b, c et d pour indiquer à quelle catégorie appartient une ardoise.

1,5 (a) En complétant le tableau de la figure 4, faire le tableau de vérité des trois fonctions c_1, c_2 et c_3.

0,5 (b) Quelle est l'expression logique de c_1 ?

2 (c) Soit c_{2b} une variable logique égale à 1 si au moins deux coins l'un à coté de l'autre sont en bon état. Faire le tableau de vérité de c_{2b} en complétant le tableau de la figure 4. Quelle est l'expression logique de c_{2b} ? En déduire l'expression de c_2.

1 (d) En déduire l'expression de c_3.

4. **(5 points)**
Dans de nombreux domaines de la physique, par exemple en acoustique, on a besoin de calculer le logarithme d'une grandeur mesurée. Pour montrer dans un cas simple comment cette opération peut être obtenue très rapidement, on va s'intéresser à un circuit qui, à partir d'un entier naturel $E = (e_2\, e_1\, e_0)_2$ codé sur 3 bits, renvoie l'entier naturel S défini par

$$S = \mathrm{round}\,(8 \times \ln(1 + E/8) / \ln(2))$$

où $\ln(x)$ est la fonction logarithme népérien et $\mathrm{round}(x)$ renvoie la valeur arrondie de x, c'est à dire l'entier le plus proche : $\mathrm{round}(3.1)$ renvoie 3, $\mathrm{round}(3.6)$ renvoie 4.

2 (a) Quelles sont les valeurs possibles de $E = (e_2\, e_1\, e_0)_2$? Compléter le tableau de gauche de la figure 5 en calculant la valeur de S correspondant à chaque valeur de E.

1,5 (b) En déduire que S peut être codé en binaire sur 3 bits. Compléter le tableau du milieu de la figure 5 en indiquant les valeurs de s_2, s_1 et s_0 telles que $S = (s_2\, s_1\, s_0)_2$.

1,5 (c) Quelles sont les expressions logiques minimales de s_2, s_1 et s_0 en fonction de e_2, e_1, e_0 ? On pourra pour cela utiliser les tableaux de Karnaugh situés à droite dans la figure 5.

Code Gray → 0,5

a	b	c	$a \cdot b$	$a + b$	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	1	1

Figure 2: Tableau utilisé dans l'exercice 2.

Dans cet exercice,
$f_1 = \overline{a \cdot b} \cdot c$
$f_2 = \overline{a + b} + c$ et
$f_3 = a \cdot b + c$

$\overline{C_1} \cdot (\overline{C_{2b} + C_1}) = \overline{C_1} \cdot \overline{C_{2b}} = \overline{C_1 + C_{2b}}$

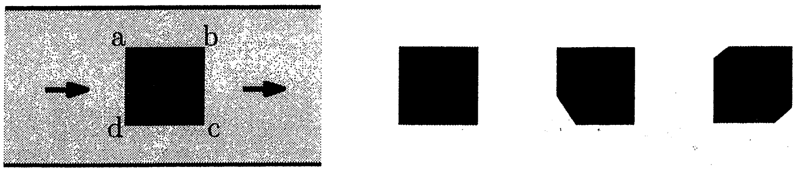


Figure 3: De gauche à droite, défilement d'une ardoise sur le tapis roulant, ardoise de $1^{ère}$ catégorie, ardoise de $2^{ème}$ catégorie, ardoise de $3^{ème}$ catégorie, suivant les critères définis dans l'exercice 3.

a	b	c	d	c_1	c_2	c_3	c_{2b}
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

Figure 4: Tableau utilisé dans l'exercice 3.

$\boxed{8\,\frac{\ln(1+E/8)}{\ln(2)}}$

0
1,36
2,58
3,68
4,68
5,60
6,46
7,26

E	S
0	0
1	1
2	3
3	4
4	5
5	6
6	6
7	7

e_2	e_1	e_0	s_2	s_1	s_0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

s_2	$e_1\,e_0$			
e_2	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

s_1	$e_1\,e_0$			
e_2	00	01	11	10
0				1
1		1	1	1

s_0	$e_1\,e_0$			
e_2	00	01	11	10
0		1		1
1	1	0	1	0

Figure 5: Tableaux utilisés dans l'exercice 4.

Université de Nantes - IUT de Saint-Nazaire

Département Mesures Physiques

Devoir surveillé d'informatique d'instrumentation

Semestre 2, 2013/2014. Durée : **1 heure 45**.

Les quatre exercices sont indépendants. Si vous joignez cet énoncé à votre copie, indiquez ci-dessous votre nom, prénom et groupe.	
nom, prénom	groupe

1. **(6 points)**
La représentation en base 4 (ou système de numération quaternaire[1]) correspond à une expression des nombres entiers naturels basée sur leur décomposition sur les puissances successives de 4, affectées de coefficients compris entre 0 et 3 : si N est représenté dans cette base par $(c_{n-1}\, c_{n-2} \ldots c_1\, c_0)_4$, alors $N = c_0 + 4\, c_1 + 4^2\, c_2 + \ldots + 4^{n-2}\, c_{n-2} + 4^{n-1}\, c_{n-1}$. Par exemple $(1032)_4 = 1 \times 4^3 + 0 \times 4^2 + 3 \times 4 + 2 = (78)_{10}$.
Puisque $4 = 2^2$, ce système de numération équivaut aussi à regrouper 2 par 2 les chiffres de la représentation binaire d'un nombre, en commençant par la droite : par exemple $(210)_{10} = (11010010)_2 = (11\ 01\ 00\ 10)_2 = (3102)_4$.
   (a) Compléter toutes les cases du tableau de la figure 1.
   (b) Quelle est la relation entre n_2, le nombre de chiffres de la représentation binaire d'un nombre et n_4, le nombre de chiffres de sa représentation quaternaire ?
   (c) Quelle est la relation entre le n_{16}, nombre de chiffres de la représentation hexadécimale d'un nombre et n_4, le nombre de chiffres de sa représentation quaternaire ?

représentation			
décimale	binaire	quaternaire	hexadécimale
250			
	1101100		
		2013	
			ED

Figure 1: Tableau de comparaison des représentations de plusieurs nombres entiers naturels, utilisé dans l'exercice 1.

2. **(4 points)**
À partir des variables logiques a, b, c, on souhaite réaliser les fonctions
$$f_1 = \overline{a \cdot b}\, \cdot\, c, \quad f_2 = \overline{a + b}\, +\, c \quad \text{et} \quad f_3 = (a \cdot b) + c$$
   (a) En complétant le tableau de la figure 2, faire le tableau de vérité de ces trois fonctions.
   (b) Faire un schéma des circuits permettant d'obtenir f_1, f_2 et f_3 à partir de a, b, c, en utilisant des opérateurs élémentaires de logique combinatoire.

3. **(5 points)**
On souhaite concevoir un système de contrôle qualité dans une usine de fabrication d'ardoises carrées[2]. Pour cela, on fait défiler toutes les ardoises fabriquées sous une caméra à l'aide d'un tapis roulant, et on contrôle l'état des coins (voir figure 3). On notera a, b, c et d l'état des coins (en notant 1 si le coin est en bon état et 0 si le coin est cassé). On souhaite trier les ardoises en trois categories :

[1] Voir `http://fr.wikipedia.org/wiki/Systeme_quaternaire`.
[2] Exercice rédigé à partir d'un exercice proposé dans `http://www-sop.inria.fr/members/Sandrine.Chemla/docs/TP.pdf`

- C_1 : les ardoises qui ont leurs quatre coins en bon état ;
- C_2 : les ardoises qui ne sont pas de première catégorie mais qui ont au moins deux coins en bon état du même coté (par exemple a et b), que l'on peut donc utiliser sur une toiture en laissant visibles les deux cotés en bon état et en cachant les deux autres ;
- C_3 : toutes les autres ardoises.

Pour cela, trois variables logiques c_1, c_2 et c_3 vont être déduites de a, b, c et d pour indiquer à quelle catégorie appartient une ardoise.

(a) En complétant le tableau de la figure 4, faire le tableau de vérité des trois fonctions c_1, c_2 et c_3.

(b) Quelle est l'expression logique de c_1 en fonction de a, b, c et d ?

(c) Soit c_{2b} une variable logique égale à 1 si au moins deux coins l'un à coté de l'autre sont en bon état. Faire le tableau de vérité de c_{2b} en complétant le tableau de la figure 4. Quelle est l'expression logique de c_{2b} en fonction de a, b, c et d ? En déduire l'expression de c_2.

(d) En déduire l'expression de c_3.

4. **(5 points)**
Dans de nombreux domaines de la physique, par exemple en acoustique, on a besoin de calculer le logarithme d'une grandeur mesurée. Pour montrer dans un cas simple comment cette opération peut être obtenue très rapidement, on va s'intéresser à un circuit qui, à partir d'un entier naturel $E = (e_2\, e_1\, e_0)_2$ codé sur 3 bits, renvoie l'entier naturel S défini par

$$S = \mathrm{round}\,(8 \times\; \ln\,(1 + E/8)\,/\,\ln(2))$$

où $\ln(x)$ est la fonction logarithme népérien et $\mathrm{round}(x)$ renvoie la valeur arrondie de x, c'est à dire l'entier le plus proche : $\mathrm{round}(3.1)$ renvoie 3, $\mathrm{round}(3.6)$ renvoie 4.

(a) Quelles sont les valeurs possibles de $E = (e_2\, e_1\, e_0)_2$? Compléter le tableau de gauche de la figure 5 en calculant la valeur de S correspondant à chaque valeur de E.

(b) En déduire que S peut être codé en binaire sur 3 bits. Compléter le tableau du milieu de la figure 5 en indiquant les valeurs de s_2, s_1 et s_0 telles que $S = (s_2\, s_1\, s_0)_2$.

(c) Quelles sont les expressions logiques minimales de s_2, s_1 et s_0 en fonction de e_2, e_1, e_0 ? On pourra pour cela utiliser les tableaux de Karnaugh situés à droite dans la figure 5.

a	b	c	$a \cdot b$	$a + b$	f_1	f_2	f_3

Figure 2: Tableau utilisé dans l'exercice 2. Dans cet exercice, $f_1 = \overline{a \cdot b} \cdot c$, $f_2 = \overline{a + b} + c$ et $f_3 = (a \cdot b) + c$.

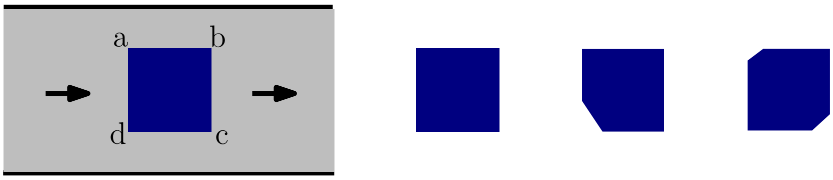


Figure 3: De gauche à droite, défilement d'une ardoise sur le tapis roulant, ardoise de $1^{ère}$ catégorie, ardoise de $2^{ème}$ catégorie, ardoise de $3^{ème}$ catégorie, suivant les critères définis dans l'exercice 3.

a	b	c	d	c_1	c_2	c_3	c_{2b}

Figure 4: Tableau utilisé dans l'exercice 3.

E	$8\,\frac{\ln(1+E/8)}{\ln(2)}$	S

e_2	e_1	e_0	s_2	s_1	s_0

$\mathbf{s}_2$	$e_1\,e_0$			
e_2	00			
0				
1				

$\mathbf{s}_1$	$e_1\,e_0$			
e_2	00			
0				
1				

$\mathbf{s}_0$	$e_1\,e_0$			
e_2	00			
0				
1				

Figure 5: Tableaux utilisés dans l'exercice 4.