

15 juin 2011, F. Angere

exo 1

$$x_1 = 10,375 = 8 + 2 + 0,25 + 0,125 = 2^3 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3}$$

En virgule fixe,  $x_1$  va être approximé par la fraction

$$\frac{N_1}{2^3} = \frac{N_1}{8} \approx x_1 \Rightarrow N_1 \approx 8x_1 = 64 + 16 + 2 + 1 = 83$$

Donc  $x_1 = 10,375 = \frac{83}{8}$

et  $(83)_{10} = (1010011)_2$

Donc sur 24 bits  $10,375 = 00000000\ 00000000\ 01010011$

Pour la représentation en virgule flottante

$8 < x_1 < 16$  donc  $e = 3$   $E = 127 + 3 = 130 = 128 + 2$

$x_1 > 0$  donc  $s = 0$

$m = \frac{x_1}{2^3} = 1 + f$  donc  $f = \frac{x_1}{8} - 1 = 0,296875$

$= \frac{2^3 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3}}{2^3} - 1 = 1 + 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-6} - 1$

$= 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-6}$

Diagram illustrating the binary representation of  $10,375$  as  $01010011$ . The bits are grouped as  $8 + 2$  (bits 10 and 11), a **séparateur décimal** (bit 12), and  $+\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  (bits 13 and 14).

donc

0	10000010	010011	000000000000000000
---	----------	--------	--------------------

$s=0$   $E=128$   $f = \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

$x_2 = (1101011)_2 = 1 + 2 + 8 + 32 + 64 = 107 \Rightarrow x_2 = \frac{107}{8} = 13,375$

$x_2 = \frac{N_2}{8} = \frac{64 + 32 + 8 + 2 + 1}{8} = 8 + 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$8 < x_2 < 16$  donc  $e = 3$   $E = 127 + 3 = 130$   $m = \frac{x_2}{8} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

$f = m - 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

donc

0	10000010	101011	000000000000000000
---	----------	--------	--------------------

$s=0$   $E=128$   $f = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Pour  $x_3$

(2)

$$e = 0 \rightarrow x_3 > 0$$

$$E = (10010000)_2 = 128 + 16 = 144 \Rightarrow e = 144 - 127 = 17$$

$$f = 2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-9} + 2^{-10} + 2^{-13} + 2^{-16} + 2^{-20} + 2^{-22}$$

$$\text{donc } x_3 = (+1) \times 2^{17} \times (1 + f) = 2^{17} \times \left(1 + 2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-9} + 2^{-10} + 2^{-13} + 2^{-16} + 2^{-20} + 2^{-22}\right)$$

$$= 2^{17} + 2^{16} + 2^{12} + 2^8 + 2^7 + 2^4 + 2^1 + 2^{-3} + 2^{-5}$$

$$= 201106,15625$$

$$(201106/15)$$

$$N_3 \approx x_3 \times 8 \approx x_3 \times 2^3$$

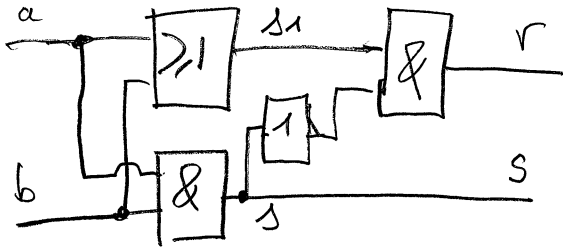
$$\approx 2^{20} + 2^{19} + 2^{15} + 2^{11} + 2^{10} + 2^7 + 2^4 + 2^0 + 2^{-2}$$

$$\approx 2^{20} + 2^{19} + 2^{15} + 2^{11} + 2^{10} + 2^7 + 2^4 + 2^0 = (000110001000110010010001)_2$$

## exo2

(3)

- a) Ce circuit utilise des opérateurs logiques OU, ET et une négation. C'est donc un circuit de logique combinatoire, puisqu'il utilise que des opérateurs combinatoires sans réinjecter les sorties dans les entrées.



Donc

$$s = a \cdot b$$

$$r = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b} = a \oplus b$$

Ce circuit est une façon possible de réaliser un demi-additionneur (voir TD): il permet de déterminer la somme et la retenue de deux chiffres binaires.

$$s = a \cdot b$$

$$s_1 = a + b$$

$$r = s_1 \cdot \bar{s}$$

$$= (a + b) \cdot \bar{a \cdot b}$$

$$= (a + b) \cdot (\bar{a} + \bar{b})$$

$$= a \cdot \bar{a} + b \cdot \bar{a} + a \cdot \bar{b} + b \cdot \bar{b}$$

$$= 0 + \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b} + 0$$

$$= \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b} = a \oplus b$$

## exo3

$e_a$	$e_b$	$e_c$	$e_d$	Nb oui	s
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	2	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	2	0
0	1	1	0	2	0
0	1	1	1	3	1
1	0	0	0	2	0
1	0	0	1	3	1
1	0	1	0	3	1
1	0	1	1	4	1
1	1	0	0	3	1
1	1	0	1	4	1
1	1	1	0	4	1
1	1	1	1	5	1

$$Nb_{oui} = 2e_a + e_b + e_c + e_d$$

addition arithmétique

$e_c e_d$	$e_a e_b$	00	01	11	10
00					
01				1	
11		1	1	1	1
10			1	1	1

$e_b \cdot e_c \cdot e_d$   
 $e_a \cdot e_b$   
 $e_a \cdot e_d$   
 $e_a \cdot e_c$

(3 blocs de 4  
1 bloc de 2)

auto correction en page 5

$$s = e_a \cdot (e_b + e_c + e_d) + e_b \cdot e_c \cdot e_d$$

le président + 1 membre simple ou les 3 membres simples

# exo 4

④

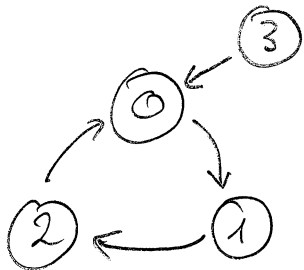
a) Ce circuit utilise 4 bascules JK et 2 opérateurs ou exclusif  
C est donc un circuit séquentiel, puisqu'il utilise au moins un  
composant de logique séquentielle.

b)  $Q_1$  et  $Q_0$  sont à la sortie de deux bascules JK  
Ces deux bascules sont activées sur le front montant du signal  
d'horloge  $H_0$ . Elles sont donc synchrones

On lit sur le schéma  $J_1 = Q_0$ ,  $K_1 = 1$ ,  $J_0 = \bar{Q}_1$  et  $K_0 = 1$

J	K	$Q_n$	
0	0	$Q_{pred}$	effet mémoire
0	1	0	mise à zéro
1	0	1	mise à un
1	1	$\bar{Q}_{pred}$	effet compteur

N	$Q_1$	$Q_0$	$J_1$	$K_1$	$J_0$	$K_0$	$Q_{1+}$	$Q_{0+}$	$N_{+}$
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	2
2	1	0	0	1	0	1	0	0	0
3	1	1	1	1	0	1	0	0	0



Donc après 0, il y aura 1  
" 1 " 2  
2 0  
3 0

Les valeurs successives de  $N$  sont 0, 1, 2. Si, du fait d'une  
perturbation,  $N = 3$ , alors au prochain coup  $N = 0$ , puis 1, puis 2...  
Ce circuit est donc stable.

$Q_1$  et  $Q_0$  sont périodiques de période  $3T$ , de même rapport cyclique

$$\frac{\text{durée du 1}}{\text{période}} = \frac{I}{3T} = 33\%$$

c)  $Q_3$  et  $Q_2$  sont à la sortie de 2 bascules JK. La bascule JK  
numero 3 est active sur un front montant de  $H_0$ , la bascule JK  
numero 2 est active sur un front descendant de  $H_0$  car  
 $J_3 = K_3 = Q_1$  et  $J_2 = K_2 = Q_0$ . Ces 2 bascules sont utilisées en  
bascule T, puisque  $J = K$  (voir cours).

Donc soit  $J=K=0$  et la sortie  $Q$  garde sa valeur, soit  $J=K=1$  et la sortie change de niveau.

Après avoir complété le chronogramme, on peut voir que  $Q_3$  et  $Q_2$  sont périodiques de période  $6T$  et sont en quadrature (décalés de  $90^\circ$ , soit  $1,5T$ ). Le rapport cyclique de ces deux signaux est de 50%. Puisque  $6T$  correspond à  $360^\circ$ ,  $T$  correspond à  $\frac{360}{6} = 60^\circ$ , donc  $1,5T$  correspond à  $90^\circ$ .

d)  $H_1 = Q_2 \oplus Q_3$

$$H_2 = H_1 \oplus H_0 = \begin{cases} H_0 & \text{quand } H_1 = 0 \\ \bar{H}_0 & \text{quand } H_1 = 1 \end{cases}$$

Donc  $H_1$  est périodique de période  $3T$  avec un rapport cyclique de 50% (ce qui est très surprenant, on pourrait presque en conclure que 3 est divisible par deux).

$H_2$  est périodique de période  $1,5T = \frac{3}{2}T$ , donc la fréquence est divisée par  $\frac{3}{2}$ . Une telle division de fréquence par un facteur non entier n'est pas courante.

Le rapport cyclique est d'environ  $\frac{2}{3} = 66\%$ .

$e_a e_b$ \ $e_c e_d$	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

$e_b e_c e_d$

1 bloc de 8 avec exception

$$e_a \cdot (e_a \cdot \bar{e}_b \cdot \bar{e}_c \cdot \bar{e}_d) =$$

$$e_a \cdot (\bar{e}_a + e_b + e_c + e_d) =$$

$$e_a \cdot \bar{e}_a + e_a \cdot (e_b + e_c + e_d)$$

$$S = e_a \cdot (e_b + e_c + e_d) + e_b \cdot e_c \cdot e_d$$

# Devoir surveillé d'informatique d'instrumentation I

Semestre 2, 2010/2011. Durée : 1 heure 45.

Les quatre exercices sont indépendants. <b>Toutes vos réponses doivent être justifiées.</b> Si vous joignez cet énoncé à votre copie, indiquez ci-dessous votre nom, prénom et groupe.	
nom, prénom	groupe

1. (6 points) Remplir toutes les cases du tableau de la figure 1, en fournissant la représentation décimale, la représentation en virgule fixe sur 24 bits avec 3 bits après la virgule et la représentation en virgule flottante au format IEEE 754 sur 32 bits des 3 nombres indiqués dans ce tableau.

représentation (ou code)		
décimale	en virgule fixe	en virgule flottante
10.375		
	000000000000000000001101011	
		0 10010000 10001000110010010001010

Figure 1: Tableau de comparaison de différentes représentations de nombres réels.

2. (2 points) Le circuit de la figure 2 possède deux entrées  $a$  et  $b$  et deux sorties  $r$  et  $s$ .
- Quels sont les opérateurs logiques utilisés dans ce circuit ? Est-ce un circuit de logique combinatoire ou de logique séquentielle ?
  - Quelles sont les expressions logiques simplifiées de  $r$  et  $s$  en fonction de  $a$  et  $b$  ? En déduire la fonction réalisée par ce circuit.

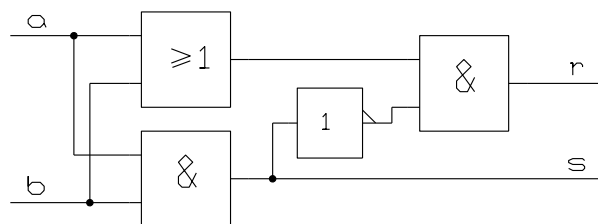


Figure 2: Circuit étudié dans l'exercice 2.

3. (3 points) Une association<sup>1</sup> est constituée de quatre membres : un président, vous même et deux autres membres. Ayant à prendre une décision importante (la marque de la boisson qui sera servie lors du pot de fin d'année), vous décidez de faire un vote à bulletin secret pour répondre par oui ou par non à une question posée. Comme vous êtes quatre, vous décidez d'accorder au président une double voix. C'est donc comme si il y avait 5 votants, et si il y a au moins 3 voix pour le oui, c'est cette réponse qui l'emportera. Vous proposez alors de réaliser une machine à voter, chaque membre choisissant entre oui et non à l'aide d'un interrupteur. À la fin du vote, une source lumineuse s'allumera si il y a une majorité de oui.

<sup>1</sup>Source : P. Cabanis, E. Bernier, "Électronique digitale", Dunod, 1985.

Cette proposition étant adoptée, il ne vous reste plus qu'à faire un tableau de vérité de cette fonction, puis un tableau de Karnaugh afin de trouver une expression logique simplifiée de la variable logique  $s$  qui commandera la source lumineuse. On appellera A le président, B, C, D les trois autres membres et  $e_a, e_b, e_c, e_d$  les niveaux logiques fournis par les interrupteurs des quatre membres, qui valent 1 si le membre vote oui et 0 si il vote non. Vous pourrez pour cela utiliser les tableaux de la figure 3.

[illegible]

Figure 3: Tableau de vérité et tableau de Karnaugh de la fonction étudiée dans l'exercice 3. Le nombre de oui doit tenir compte du fait que la *voix du président compte double*.

4. (9 points) Le circuit<sup>2</sup> de la figure 4 est cadencé par un signal d'horloge  $H_0$ , qui est un signal périodique de période  $T$  et de rapport cyclique égal à 50 %.
- (a) Quels sont les circuits logiques élémentaires utilisés dans ce circuit ? Est-ce un circuit de logique combinatoire ou de logique séquentielle ?
- (b) La première partie de ce circuit est constituée des deux composants qui fournissent les signaux  $Q_1$  et  $Q_0$ . On notera  $J_1, K_1$  les variables logiques à l'entrée du composant qui fournit  $Q_1$  et  $J_0, K_0$  les variables logiques à l'entrée du composant qui fournit  $Q_0$ . Après avoir rappelé le tableau de comportement de ces deux composants et après avoir donné les expressions logiques de  $J_1, K_1, J_0$  et  $K_0$ , en déduire les valeurs de ces quatre variables ainsi que les valeurs que vaudront  $Q_1$  et  $Q_0$  au prochain front montant du signal d'horloge  $H_0$  pour les quatre valeurs possibles de  $N = (Q_1 Q_0)_2$ . On pourra utiliser le tableau de la figure 5 pour rassembler l'ensemble de ces résultats. En déduire les valeurs successives prises par  $Q = (Q_1 Q_0)_2$  en régime nominal. Ce circuit est-il stable ? Compléter le chronogramme de la figure 6 en traçant les courbes de  $Q_1$  et  $Q_0$  en fonction du temps. Quelle est la période et le rapport cyclique des signaux  $Q_1$  et  $Q_0$  ?
- (c) La deuxième partie de ce circuit est constituée des deux composants qui fournissent les signaux  $Q_3$  et  $Q_2$ . On notera  $J_3, K_3$  les variables logiques à l'entrée du composant qui fournit  $Q_3$  et  $J_2, K_2$  les variables logiques à l'entrée du composant qui fournit  $Q_2$ . Ces deux composants sont-ils activés au même moment ? Quelles sont les expressions logiques de  $J_3, K_3, J_2$  et  $K_2$  ? Comment sont utilisés

<sup>2</sup>Ce circuit est une version légèrement simplifiée d'un circuit proposée par Mohit Arora dans son article "Clock Dividers Made Easy" présenté à la *Synopsys Users Group Conference* de Boston en 2002.

ces deux composants ? Compléter le chronogramme de la figure 6 en traçant les courbes de  $Q_3$  et  $Q_2$  en fonction du temps. Quelle est la période et le rapport cyclique des signaux  $Q_3$  et  $Q_2$  ?

- (d) La troisième partie de ce circuit est constituée des deux composants qui fournissent les signaux  $H_2$  et  $H_1$ . Quelles sont les expressions logiques de ces deux signaux ? Compléter le chronogramme de la figure 6 en traçant les courbes de  $H_2$  et  $H_1$  en fonction du temps. Quelle est la période et le rapport cyclique des signaux  $H_2$  et  $H_1$  ?

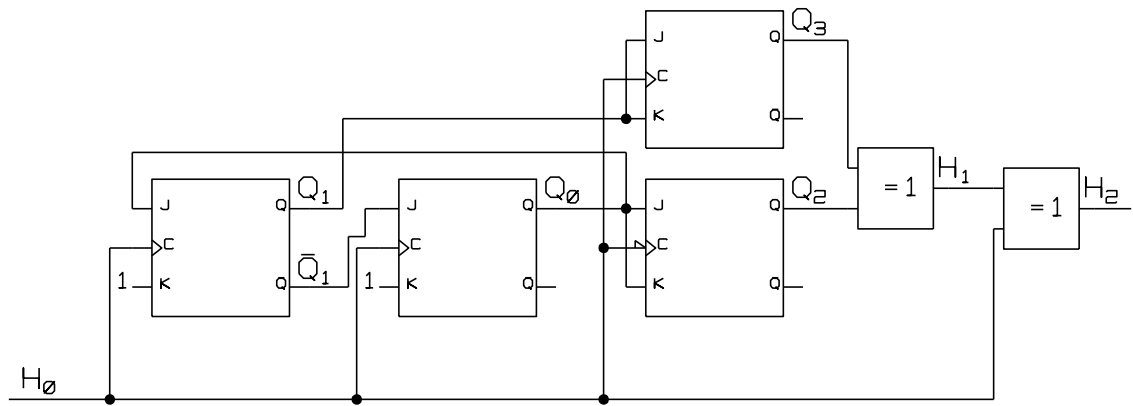


Figure 4: Circuit étudié dans l'exercice 4.

$Q$	$Q_1$	$Q_0$	$J_1$	$K_1$	$J_0$	$K_0$	$Q_1$ suivant	$Q_0$ suivant	$N$ suivant
0									

Figure 5: Tableau utilisé dans l'exercice 4 pour étudier la première partie du circuit de la figure 4.

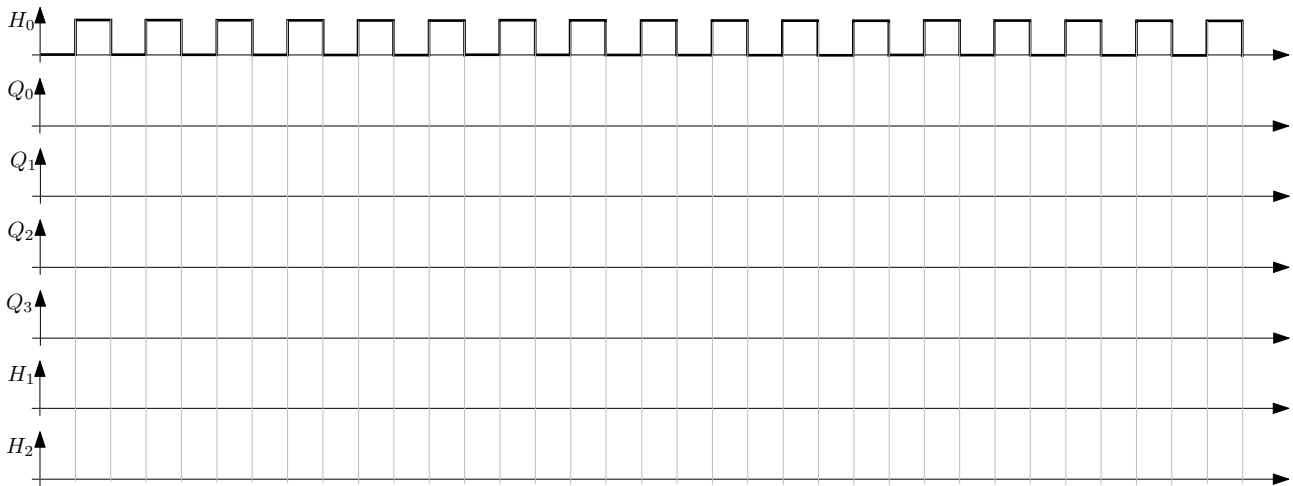


Figure 6: Chronogramme utilisé dans l'exercice 4. On supposera qu'à l'instant  $t = 0$  s, les variables logiques  $Q_0$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $Q_3$  sont au niveau logique 0.