

2009/2010, François Auger, 26 mai 2010

exo 1

$a+b$  est à 1 si  $a$  ou  $b$  est à 1

	a	b	a+b	
	0	0	0	
①	0	1	1	$\rightarrow \bar{a}.b$
②	1	0	1	$\rightarrow a.\bar{b}$
③	1	1	1	$\rightarrow a.b$

somme canonique :  $a+b$  est à 1 dans les cas 1, 2 ou 3

$$a+b = \bar{a}.b + a.\bar{b} + a.b$$

autre démonstration :

$$\begin{aligned} \bar{a}.b + a.\bar{b} + a.b &= \bar{a}.b + a.\bar{b} + \underbrace{a.b + a.b} \\ &= (\bar{a}+a)b + a(\bar{b}+b) \\ &= 1.b + a.1 = \boxed{a+b} \end{aligned}$$

a	b	a.b	$\overline{a.b}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$a.b$  est à 1 si  $a$  et  $b$  sont à 1

$$\overline{a.b} = \bar{a}.b + \bar{a}.\bar{b} + a.\bar{b}$$

$$\text{donc } a.b = \overline{\bar{a}.b + \bar{a}.\bar{b} + a.\bar{b}}$$

$$= \overline{\bar{a}.b} \cdot \overline{\bar{a}.\bar{b}} \cdot \overline{a.\bar{b}}$$

$$= \boxed{(a+b) \cdot (a+b) \cdot (\bar{a}+b)}$$

somme canonique de  $\overline{a.b}$

(De Morgan)

(De Morgan)

autre démonstration

$$(a+b).(a+b) = \underbrace{a.a}_{=a} + a.b + a.\bar{b} + \underbrace{b.b}_{=0} = a + a.b + a.\bar{b}$$

$$(a+b).(a+b).(\bar{a}+b) = (a + a.b + a.\bar{b})(\bar{a}+b)$$

$$= \underbrace{a.\bar{a}}_{=0} + \underbrace{a.b.\bar{a}}_{=0} + \underbrace{a.\bar{b}.\bar{a}}_{=0} + a.b + \underbrace{a.b.b}_{=a.b} + \underbrace{a.\bar{b}.b}_{=0}$$

$$= a.b + a.\bar{b} = \boxed{a.b}$$

exo 2

a	b	a.b	$\overline{a.b}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Le tableau de vérité montre que quand  $a=1$ ,  
 $\overline{a.b} = \bar{b}$

autres démonstrations  $1.b = b$

(1 est élément neutre de et logique)

$$\text{donc } \overline{1.b} = \bar{b}$$

$$\overline{1.b} = \bar{1} + \bar{b} = 0 + \bar{b} = \bar{b}$$

a	b	a+b	$\overline{a+b}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Le tableau de vérité de  $\overline{a+b}$  montre que quand  $a=0$ ,  $\overline{a+b} = \overline{0+b} = \overline{b}$   
autres démonstrations:

$$b+0 = b \quad 0 \text{ est élément neutre du ou}$$

$$\overline{b+0} = \overline{b}$$

$$\overline{b+0} = \overline{b} \cdot \overline{0} = \overline{b} \cdot 1 = \overline{b}$$

### exo 3

g	l	e	e.g	$(e.g) \oplus i$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

$\left. \begin{array}{l} \text{g=0, l=0} \\ \text{g=0, l=1} \end{array} \right\} s=0$   
 $\left. \begin{array}{l} \text{g=1, l=0} \\ \text{g=1, l=1} \end{array} \right\} s=e$

b)  $a \oplus b = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$

$a \oplus 0 = a \quad a \oplus 1 = \overline{a}$

1) Si  $g=0$  et  $i=0$

$s = (e \cdot 0) \oplus 0 = 0 \oplus 0 = 0$

2) Si  $g=0$  et  $i=1$

$s = (e \cdot 0) \oplus 1 = 0 \oplus 1 = 1$

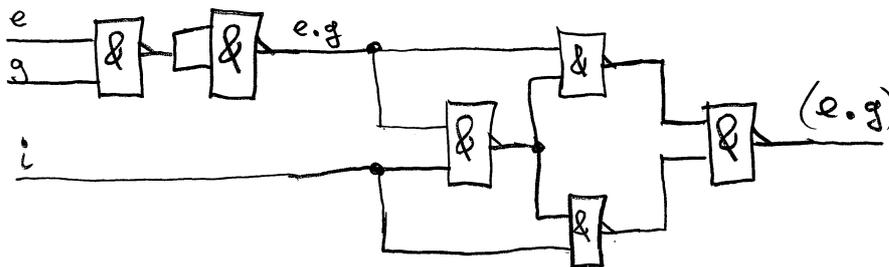
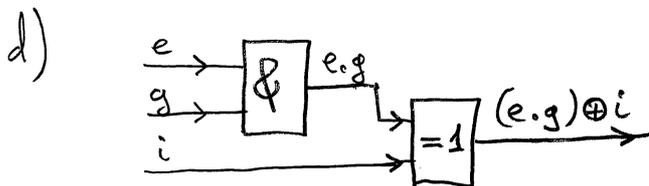
3) Si  $g=1$  et  $i=0$

$s = (e \cdot 1) \oplus 0 = e \oplus 0 = e$

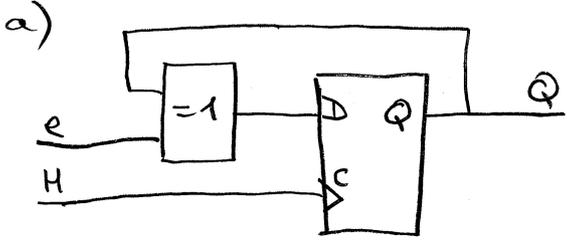
4) Si  $g=1$  et  $i=1$

$s = (e \cdot 1) \oplus 1 = e \oplus 1 = \overline{e}$

c) Si  $g=i$   $s = (e.g) \oplus g = e.g \cdot \overline{g} + \overline{e.g} \cdot g = (\overline{e} + \overline{g}) \cdot g = \overline{e} \cdot g + \overline{g} \cdot g = \overline{e} \cdot g$



réalisation d'un ou exclusif à l'aide de non et, vue en exercice pendant les TD



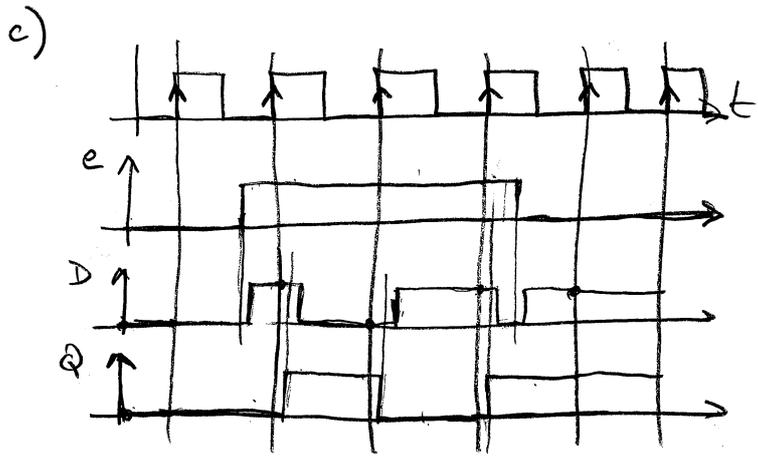
$$D = e \oplus Q$$

Si  $e = 0$   $D = Q$   
 Si  $e = 1$   $D = \overline{Q}$

b) A l'instant du front montant du signal d'horloge, le niveau logique présent sur D est transmis à la sortie Q

Donc si  $e = 0$   $D = Q$  donc Q garde sa valeur  
 si  $e = 1$   $D = \overline{Q}$  donc Q devient la négation de sa valeur précédente

C'est une bascule T



e	Q
0	Q <sub>pred</sub>
1	$\overline{Q_{pred}}$

Exo 5

a) Ce circuit utilise des bascules D et une bascule JK. C'est donc un circuit séquentiel.

Toutes les bascules sont reliés au même signal d'horloge. Elles changent donc d'état au même instant. C'est donc un circuit synchrone

b)  $J = A \cdot B \cdot C$  donc  $J = 1$  quand  $A = B = C = 1$   
 $K = \overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$  donc  $K = 1$  quand  $A = B = C = 0$

Pour une bascule JK

donc ici

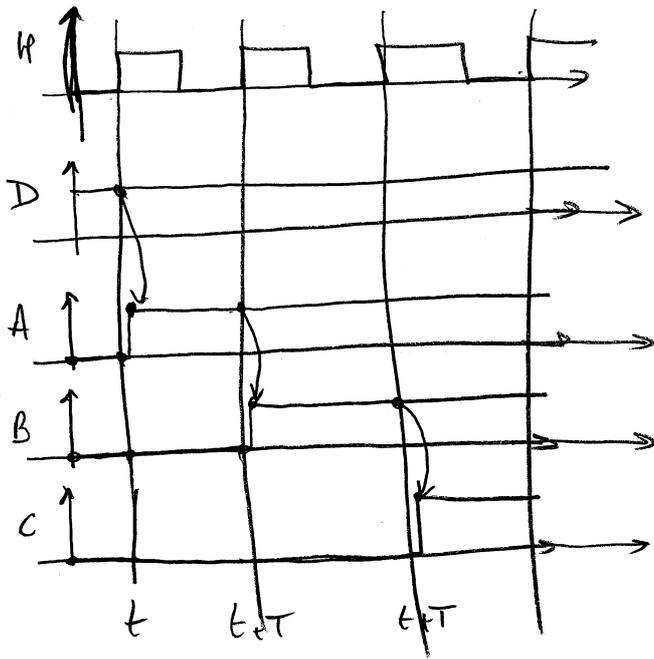
J	K	Q
0	0	Q <sub>pred</sub>
0	1	0
1	0	1
1	1	Q <sub>pred</sub>

A	B	C	J	K	Q
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	Q <sub>pred</sub>
0	1	0	0	0	Q <sub>pred</sub>
0	1	1	0	0	Q <sub>pred</sub>
1	0	0	0	0	Q <sub>pred</sub>
1	0	1	0	0	Q <sub>pred</sub>
1	1	0	0	0	Q <sub>pred</sub>
1	1	1	1	0	1

Q passe à 0 uniquement quand  $A = B = C = 0$ .  
 Q garde sa valeur dans les 6 autres cas.  
 Q passe à 1 uniquement quand  $A = B = C = 1$ .

c) Les bascules D sont connectées en série : la sortie Q d'une bascule est reliée à l'entrée D de la bascule suivante

(4)



Supposons  $A(0) = B(0) = C(0) = 1$ .

Si à l'instant  $t$ ,  $D(t) = 1$ ,  
alors A passe à 1

donc à  $t+T$   $A(t+T) = 1$

donc B passe à 1

donc  $B(t+2T) = 1$

donc C passe à 1

B et C sont des versions de A  
décalées de  $T$  et  $2T$

- (c) Comment sont connectés les bascules D sur le circuit de la figure 4 ? Si, à un instant  $t$  où se produit un front montant sur le signal d'horloge, un niveau logique 1 est présent sur l'entrée  $e$ , que va-t-il se passer sur le signal  $A$  ? Que va-t-il se passer sur le signal  $B$  après l'instant  $t + T$  ? Que va-t-il se passer sur le signal  $C$  après l'instant  $t + 2T$  ?
- (d) Compléter le chronogramme de la figure 6, en traçant l'évolution des variables logiques  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $J$ ,  $K$  et  $s$  en fonction du temps. On considérera qu'à l'instant initial,  $Q$  est au niveau logique bas et que le retard de propagation correspond à une distance d'environ 1 mm.

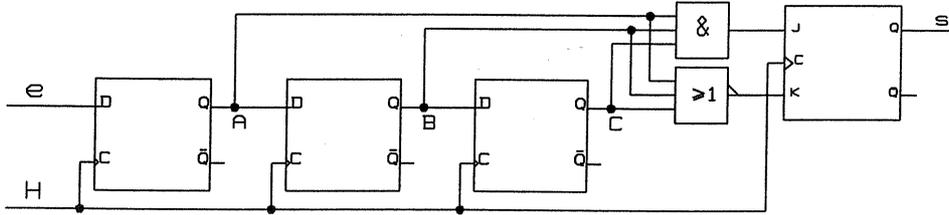
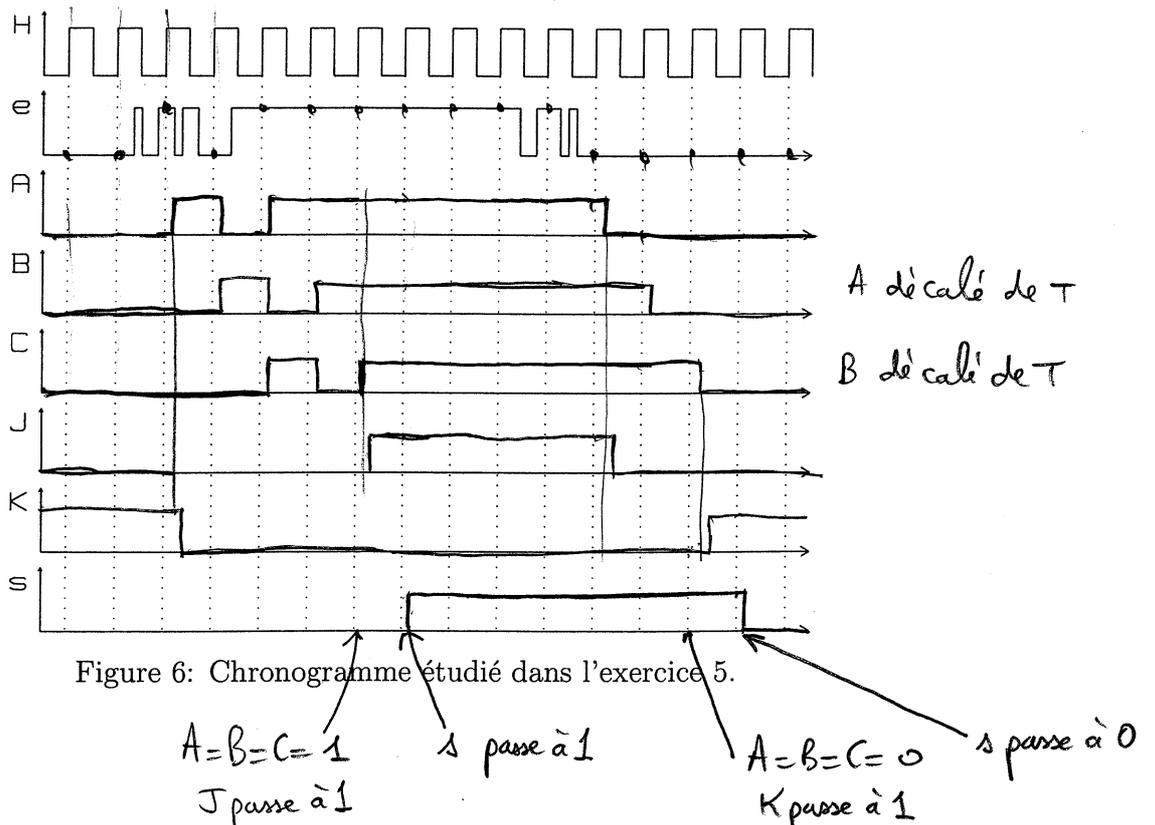


Figure 4: Circuit étudié dans l'exercice 5.

A	B	C	J	K	Q
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Figure 5: Tableau de comportement utilisé dans l'exercice 5.



# Devoir surveillé d'informatique d'instrumentation I

Semestre 2, 2009/2010. Durée : 1 **heure 45**.

Les cinq exercices sont indépendants. Si vous joignez cet énoncé à votre copie, indiquez ci-dessous votre nom, prénom et groupe.	
nom, prénom	groupe

1. **(2 points)** En utilisant soit les formes canoniques, soit les propriétés algébriques des opérateurs logiques, démontrer les deux relations suivantes :

$$a + b = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b + a \cdot b$$

$$a \cdot b = (a + b) \cdot (a + \bar{b}) \cdot (\bar{a} + b)$$

2. **(2 points)** Montrer que pour obtenir la négation d'une variable logique  $x$ , on peut notamment<sup>1</sup>
- utiliser un opérateur NON ET à deux entrées, envoyer  $x$  sur une entrée et appliquer sur l'autre un niveau logique 1 ;
  - utiliser un opérateur NON OU à deux entrées, envoyer  $x$  sur une entrée et appliquer sur l'autre un niveau logique 0.
3. **(5 points)** Dans les circuits de commande des dispositifs d'électronique de puissance utilisés pour faire varier la vitesse des moteurs électriques, on utilise souvent la fonction logique<sup>2</sup> qui, à partir des trois variables  $e$ ,  $g$  et  $i$ , fournit la variable  $s$  définie par

$$s = (e \cdot g) \oplus i$$

- (a) Compléter la figure 1 conduisant au tableau de vérité de cette fonction.
- (b) Rappeler l'expression de la somme canonique de  $a \oplus b$  et les valeurs de  $a \oplus 0$  et  $a \oplus 1$ . En déduire ce que devient l'expression de  $s$  dans les quatre cas suivants :
- $g = 0$  et  $i = 0$  ;
  - $g = 0$  et  $i = 1$  ;
  - $g = 1$  et  $i = 0$  ;
  - $g = 1$  et  $i = 1$ .

Vérifier ces résultats à l'aide du tableau de la figure 1.

- (c) Que devient l'expression de  $s$  lorsque  $g = i$  ?
- (d) Proposer une réalisation de ce circuit en choisissant librement parmi tous les opérateurs fondamentaux ou secondaires existants, puis une autre réalisation n'utilisant que des opérateurs NON ET à deux entrées.
4. **(4 points)** Le circuit de la figure<sup>3</sup> 2 possède deux entrées  $e$  et  $H$  et une sortie  $Q$ . Il utilise une bascule D activée sur un front montant du signal d'horloge.

<sup>1</sup>Source : B. Kainka, L. Gollub, "Électronique logique et numérique, mes premiers pas", Elektor-Publitronec, 2010.

<sup>2</sup>Cette fonction s'intercale entre la sortie du circuit de modulation de largeur d'impulsion et chaque transistor de puissance.

<sup>3</sup>Source : revue *Elektor*, No 138 (décembre 1989), p 24.

$g$	$i$	$e$	$e \cdot g$	$s = (e \cdot g) \oplus i$
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Figure 1: Tableau utilisé dans l'exercice 3.

- Quelle est l'expression de  $D$  en fonction de  $e$  et  $Q$  ? Que devient cette expression si  $e = 0$  ? Que devient cette expression si  $e = 1$  ?
- En déduire le comportement de ce circuit en fonction de  $e$ . À quel type de circuit séquentiel classique cela correspond-il ?
- Compléter le chronogramme de la figure 3, en traçant l'évolution des variables logiques  $D$  et  $Q$  en fonction du temps. On considérera qu'à l'instant initial,  $Q$  est au niveau logique bas et que le retard de propagation correspond à une distance d'environ 1 mm.

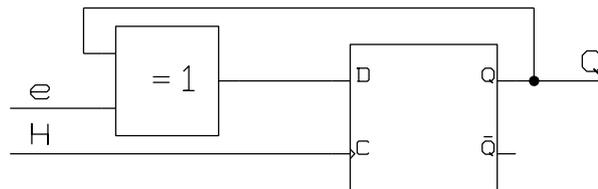


Figure 2: Circuit étudié dans l'exercice 4.

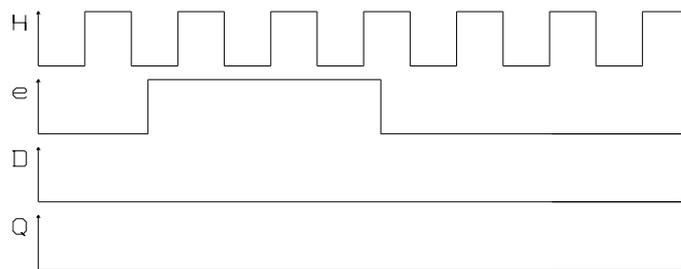


Figure 3: Chronogramme étudié dans l'exercice 4.

- (7 points) Le circuit<sup>4</sup> de la figure 4 est souvent utilisé dans les systèmes de mesure. Il permet de réduire l'effet des bruits et des oscillations transitoires qui se produisent au moment d'un changement de niveau de la sortie d'un capteur en tout ou rien. On notera  $T$  la période du signal d'horloge.
  - Ce circuit est-il combinatoire ou séquentiel ? Est-il synchrone ou asynchrone ?
  - Quelles sont les expressions (en fonction des variables  $A$ ,  $B$  et  $C$ ) des signaux d'entrée  $J$  et  $K$  de la bascule JK ? Dans quel cas obtient-on  $J = 1$  ? Dans quel cas obtient-on  $K = 1$  ? Compléter alors la figure 5 correspondant au tableau de comportement de la bascule JK en fonction de  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

<sup>4</sup>Ce circuit est parfois appelé *circuit anti-rebond*. Source : documentation technique du circuit Agilent HCTL 2022, "Quadrature Decoder/Counter Interface IC".

- (c) Comment sont connectés les bascules D sur le circuit de la figure 4 ? Si, à un instant  $t$  où se produit un front montant sur le signal d'horloge, un niveau logique 1 est présent sur l'entrée  $e$ , que va-t-il se passer sur le signal  $A$  ? Que va-t-il se passer sur le signal  $B$  après l'instant  $t + T$  ? Que va-t-il se passer sur le signal  $C$  après l'instant  $t + 2T$  ?
- (d) Compléter le chronogramme de la figure 6, en traçant l'évolution des variables logiques  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $J$ ,  $K$  et  $s$  en fonction du temps. On considérera qu'à l'instant initial,  $Q$  est au niveau logique bas et que le retard de propagation correspond à une distance d'environ 1 mm.

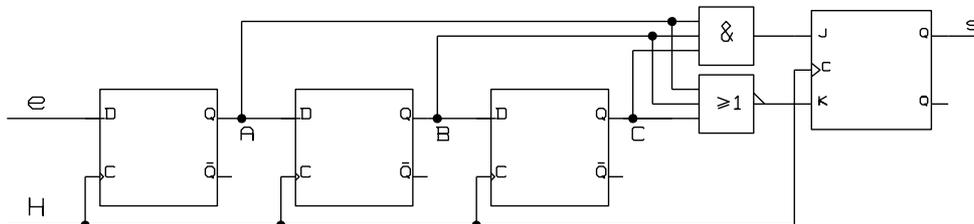


Figure 4: Circuit étudié dans l'exercice 5.

$A$	$B$	$C$	$J$	$K$	$Q$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Figure 5: Tableau de comportement utilisé dans l'exercice 5.

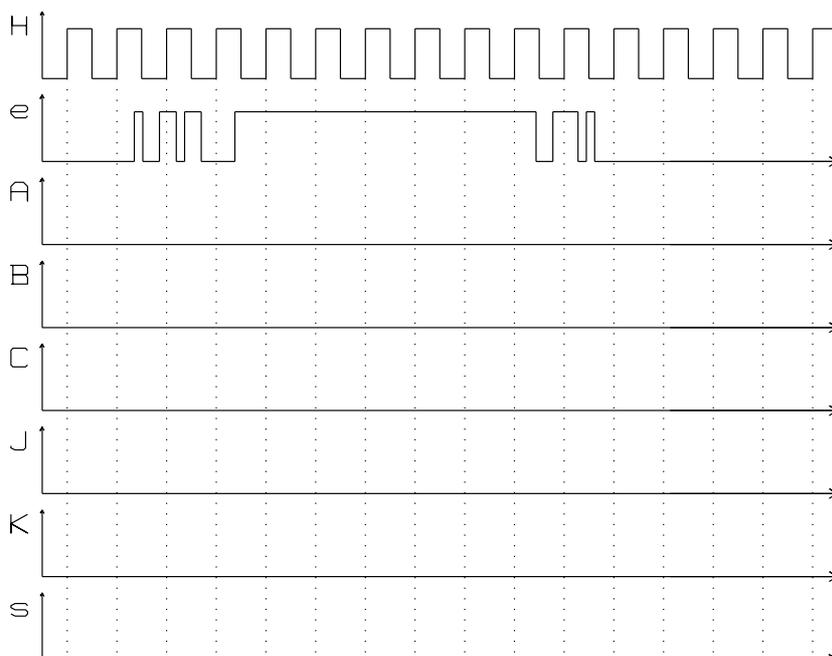


Figure 6: Chronogramme étudié dans l'exercice 5.