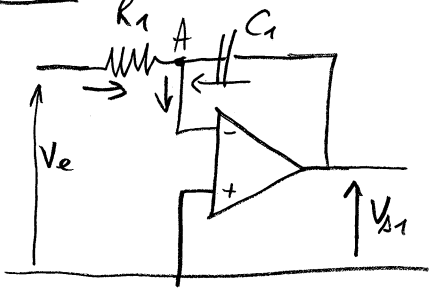
Correction DS Électronique d'Instrumentation 2

F. Auger, DUT MP, Semestre 4, 2010/2011

exo 1



a) • Loi des noeuds au point A

$$\frac{V_e - V_-}{R_1} + jC_1\omega(V_{s1} - V_-) = i_-$$

• $V_+ = 0\,V$

• AO idéal $\Rightarrow$ $V_+ - V_- \approx 0\,V$
$i_+ \approx i_- \approx 0\,A$

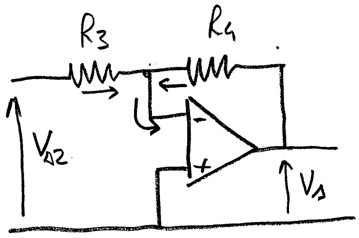
Donc $\frac{V_e}{R_1} + jC_1\omega V_{s1} = 0\,A$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_{s1} = -\frac{1}{jR_1C_1\omega} V_e}$

circuit intégrateur inverseur

On étudie le circuit en régime sinusoïdal établi $\Rightarrow$ utilisation des grandeurs complexes associées $\Rightarrow$ impédances complexes

b) De même $\boxed{V_{s2} = -\frac{1}{jR_2C_2\omega} V_{s1}}$ c'est le même circuit intégrateur inverseur

c)



• $\frac{V_{s2} - V_-}{R_3} + \frac{V_s - V_-}{R_4} = i_-$

• $V_+ = 0\,V$

• AO idéal $\Rightarrow$ $V_+ - V_- \approx 0\,V$
$i_+ \approx i_- \approx 0\,A$

Donc $\frac{V_{s2}}{R_3} + \frac{V_s}{R_4} = 0\,A$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_s = -\frac{R_4}{R_3} V_{s2}}$ amplificateur inverseur

d) Donc $V_s = -\frac{R_4}{R_3} V_{s2} = \left(-\frac{R_4}{R_3}\right)\left(-\frac{1}{jR_2C_2\omega}\right)V_{s1} = \left(-\frac{R_4}{R_3}\right)\left(-\frac{1}{jR_2C_2\omega}\right)\left(-\frac{1}{jR_1C_1\omega}\right)V_e$

$$V_s = -\frac{R_4}{R_3}\frac{1}{(jR_1C_1\omega)(jR_2C_2\omega)}V_e = \frac{R_4}{R_3R_1C_1R_2C_2\omega^2}V_e \quad \text{car } j^2 = -1$$

Donc $V_s = V_e$ si $\frac{R_4}{R_3R_1C_1R_2C_2\omega^2} = 1 \iff \omega^2 = \frac{R_4}{R_3R_1C_1R_2C_2}$

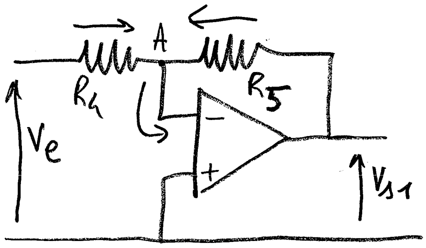
Avec ce circuit, on peut voir que la condition de Barkhausen n'impose aucune relation entre composants, et fournit uniquement la fréquence d'oscillation. Donc quelles que soient les valeurs des composants, ce circuit oscillera, et il oscillera à la fréquence $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{R_4}{R_3 R_1 C_1 R_2 C_2}}$

e) Il n'y a donc pas de "précaution" à prendre pour que ce circuit oscille. Donc n'importe quel dipôle passif peut varier en fonction du temps : cela fera varier la fréquence d'oscillation, mais le circuit oscillera toujours. Donc n'importe quel dipôle ($R_1, R_2, R_3, R_4, C_1, C_2$) peut être un capteur. Ce circuit est donc particulièrement intéressant pour l'interfaçage entre un microcontrôleur et un capteur résistif ou capacitif.

Exo 2

Etude en régime sinusoïdal établi $\Rightarrow$ utilisation des grandeurs complexes associées.

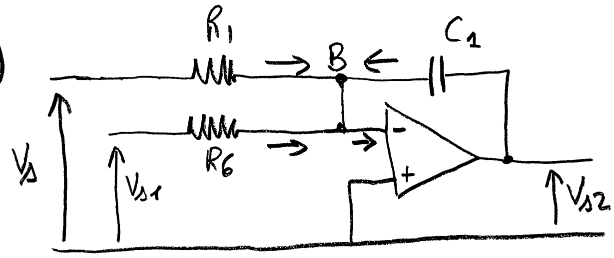
a)



- $\frac{V_e - V_-}{R_4} + \frac{V_{s1} - V_-}{R_5} = i_-$
- $V_+ = 0V$
- AO idéal : $V_+ - V_- \approx 0 \quad i_+ \approx i_- \approx 0A$

donc $\frac{V_e}{R_4} + \frac{V_{s1}}{R_5} = 0A \Rightarrow \boxed{V_{s1} = -\frac{R_5}{R_4} V_e}$ amplificateur inverseur

b)



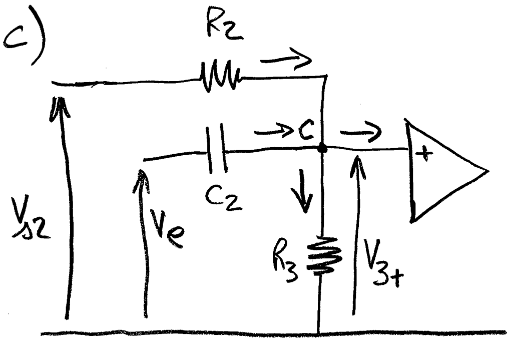
- $\frac{V_s - V_-}{R_1} + \frac{V_{s1} - V_-}{R_6} + jC_1\omega(V_{s2} - V_-) = i_-$
- $V_+ = 0V$
- AO idéal $\rightarrow V_+ - V_- \approx 0V$
  $i_+ \approx i_- \approx 0A$

Donc $\frac{V_s}{R_1} + \frac{V_{s1}}{R_6} + jC_1\omega V_{s2} = 0$ A

soit $$\boxed{V_{s2} = -\frac{1}{jR_1C_1\omega}V_s - \frac{1}{jR_6C_1\omega}V_{s1}}$$

donc $$\boxed{V_{s2} = -\frac{1}{jR_1C_1\omega}V_s + \frac{R_5}{jR_4R_6C_1\omega}V_e}$$

c)



• $\frac{V_{s2}-V_{3+}}{R_2} + (V_e - V_{3+})jC_2\omega = i_{3+} + \frac{V_{3+}}{R_3}$

• AO idéal $\Rightarrow i_{3+} \approx 0$ A

Donc $\frac{V_{s2}}{R_2} + jC_2\omega V_e = \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+jC_2\omega\right)V_{3+}$

$$R_3V_{s2} + jR_3R_2C_2\omega V_e = (R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)V_{3+}$$

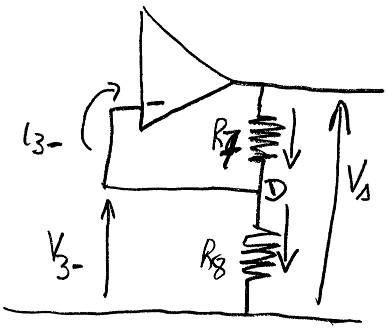
donc $$\boxed{V_{3+} = \frac{R_3V_{s2}+jR_3R_2C_2\omega V_e}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega}}$$

$$= \frac{R_3}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega}\left(-\frac{1}{jR_1C_1\omega}V_s + \frac{R_5}{jR_4R_6C_1\omega}V_e\right) + \frac{jR_3R_2C_2\omega V_e}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega}$$

$$= -\frac{R_3}{(jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)}V_s + \frac{V_e}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega}\left(\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega\right)$$

$$\boxed{V_{3+} = -\frac{R_3}{(jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)}V_s + \frac{1}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega}\left(\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega\right)V_e}$$

d)



• $\frac{V_s - V_{3-}}{R_7} = i_{3-} + \frac{V_{3-}}{R_8}$

• AO idéal $\Rightarrow i_{3-} \approx 0$ A

Donc $\frac{V_s}{R_7} = \left(\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)V_{3-} = \frac{R_7+R_8}{R_7R_8}V_{3-}$

Donc $\boxed{V_{3-} = \frac{R_8}{R_7+R_8} V_s}$

e) Si l'AO3 est supposé idéal $V_{3+} - V_{3-} \approx 0\,V$

donc $$\frac{R_8}{R_7+R_8} V_s = -\frac{R_3}{(jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)} V_s + \frac{\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega} V_e$$

$$\left[\frac{R_8}{R_7+R_8} + \frac{R_3}{(jR_1C_1)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)}\right] V_s = \frac{\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega} V_e$$

$$\frac{R_8(jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega) + R_3(R_7+R_8)}{(R_7+R_8)(jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+R_3R_2C_2\omega)} V_s = \frac{\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega}{R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega} V_e$$

$$V_s = \frac{(R_7+R_8)(jR_1C_1\omega)\left(\frac{R_3R_5}{jR_4R_6C_1\omega} + jR_3R_2C_2\omega\right)}{(R_7+R_8)R_3 + (jR_1C_1\omega)(R_2+R_3+jR_3R_2C_2\omega)R_8} V_e$$

$$= \frac{(R_7+R_8)\left(\frac{R_1R_3R_5}{R_4R_6} + R_3R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2\right)}{R_3(R_7+R_8) + R_8R_1C_1(R_2+R_3)j\omega + R_8R_3R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2} V_e$$

$$= \frac{(R_7+R_8)R_3\left(\frac{R_1R_5}{R_4R_6} + R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2\right)}{R_3R_8\left(\frac{R_7+R_8}{R_8} + \frac{R_2+R_3}{R_3}R_1C_1j\omega + R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2\right)} V_e$$

$$= \frac{R_7+R_8}{R_8} \frac{\frac{R_1R_5}{R_4R_6} + R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2}{\frac{R_7+R_8}{R_8} + \frac{R_2+R_3}{R_3}R_1C_1j\omega + R_1C_1R_2C_2(j\omega)^2} V_e$$

$$\boxed{V_s = \left(1+\frac{R_7}{R_8}\right) \frac{(j\omega)^2 + \frac{R_1R_5}{R_4R_6(R_1C_1R_2C_2)}}{\frac{1+R_7/R_8}{R_1C_1R_2C_2} + \frac{1+R_2/R_3}{R_2C_2}j\omega + (j\omega)^2} V_e}$$

d'où le résultat, avec $K_{HF} = 1 + \frac{R_7}{R_8}$,

$\omega_0^2 = \frac{R_1R_5}{R_4R_6}\Omega^2$, avec $\Omega^2 = \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}$

$\omega_n^2 = K_{HF}\Omega^2$, $2m\omega_n = \frac{1+R_2/R_3}{R_2C_2}$

f) Tous calculs faits on obtient

$$\frac{V_s}{V_e} = H(j\omega) = K_{HF}\,\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_n^2 + j2m\omega_n\omega - \omega^2} \qquad (\text{car } j^2 = -1)$$

$$K_{BF} = H(0) = K_{HF}\,\frac{\omega_0^2}{\omega_n^2} = \left(1+\frac{R_7}{R_8}\right)\frac{\frac{R_1R_5}{R_4R_6}\Omega^2}{\left(1+\frac{R_7}{R_8}\right)\Omega^2} = \boxed{\frac{R_1R_5}{R_4R_6} = K_{BF}}$$

<u>C'est le gain statique.</u>

Quand $\omega \to +\infty$ $\quad \omega_0^2 - \omega^2 \approx -\omega^2$

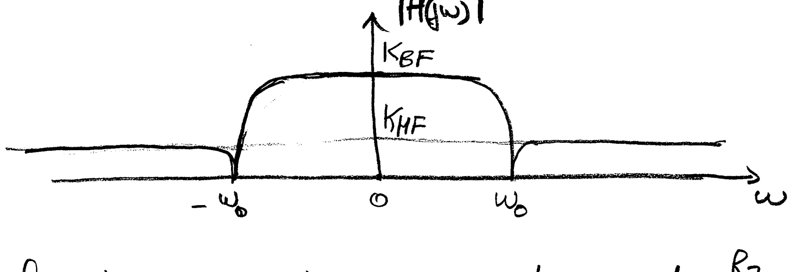
$\omega_n^2 + j2m\omega_n\omega - \omega^2 \approx -\omega^2$

donc $H(j\omega) \to K_{HF}\,\frac{-\omega^2}{-\omega^2} = \boxed{K_{HF} = 1+\frac{R_7}{R_8}}$

<u>c'est le gain en hautes fréquences.</u>

g) $H(j\omega) = 0$ quand le numérateur est nul, c'est à dire quand $\omega^2 = \omega_0^2 \iff \omega = \pm\omega_0$

ω_0 est la <u>pulsation de réjection</u>



h) On choisit $K_{BF} = K_{HF} = 2$ donc

- $1+\frac{R_7}{R_8} = 2 \Rightarrow \frac{R_7}{R_8} = 1$
- $\frac{R_1R_5}{R_4R_6} = 2 \Rightarrow R_1R_5 = 2R_4R_6$

Si on choisit $R_2 = R_3$ et $C_1 = C_2$, alors $m = \frac{1+1}{2\sqrt{K_{HF}}}\sqrt{\frac{R_1C}{R_2C}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

donc $\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = m\sqrt{2}$ $\quad \boxed{\frac{R_1}{R_2} = 2m^2}$

$$\omega_0^2 = K_{BF}\,\Omega^2 = 2\,\frac{1}{R_1 C R_2 C} = \frac{2}{R_1 R_2 C^2}$$

donc $R_1 R_2 = \dfrac{2}{\omega_0^2 C^2}$

Donc $\dfrac{R_1}{R_2} = 2m^2 \qquad R_1 R_2 = \dfrac{2}{\omega_0^2 C^2}$

donc $\dfrac{R_1}{R_2} R_1 R_2 = \dfrac{4m^2}{\omega_0^2 C^2} = R_1^2$ donc $\boxed{R_1 = \dfrac{2m}{\omega_0 C}}$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1/R_2} = \frac{2}{\omega_0^2 C^2\, 2m^2} = R_2^2 = \frac{1}{m^2\omega_0^2 C^2}$$

soit $\boxed{R_2 = \dfrac{1}{m\,\omega_0 C}}$

Donc pour une fréquence de réjection donnée et pour un amortissement donné (donc une largeur de bande de réjection donnée) on en déduit des valeurs des composants R_1 et R_2.

Université de Nantes - IUT de Saint Nazaire

Département Mesures Physiques

Devoir surveillé d'Électronique d'Instrumentation II

DUT MP, Semestre 4, 2010/2011. Durée : **1 heure 30**.

Les deux exercices sont indépendants. Si vous joignez cet énoncé à votre copie, indiquez ci-dessous votre nom, prénom et groupe.	
nom, prénom	groupe

1. **(6 points)** Le circuit de la figure 1 est un oscillateur dont l'utilisation est recommandée par *Microchip* pour l'instrumentation et l'interfaçage entre les capteurs et les microcontrôleurs[1]. Il utilise trois amplificateurs opérationnels. On notera

   - v_{s1} la tension à la sortie de l'amplificateur opérationnel 1, v_{1-} et v_{1+} les tensions aux bornes de ses entrées inverseuses et non-inverseuses, i_{1-} et i_{1+} les courants allant vers ces deux entrées ;
   - v_{s2} la tension à la sortie de l'amplificateur opérationnel 2, v_{2-} et v_{2+} les tensions aux bornes de ses entrées inverseuses et non-inverseuses, i_{2-} et i_{2+} les courants allant vers ces deux entrées ;
   - v_{3-} et v_{3+} les tensions aux bornes des entrées inverseuses et non-inverseuses de l'amplificateur opérationnel 3, i_{3-} et i_{3+} les courants allant vers ces deux entrées.

   On étudiera ce montage en régime sinusoïdal établi et on notera ω la pulsation de la tension d'entrée v_e.

   (a) Quelle est la relation entre v_{s1} et v_e si on suppose l'amplificateur opérationnel 1 idéal ?

   (b) Quelle est la relation entre v_{s2} et v_{s1} si on suppose l'amplificateur opérationnel 2 idéal ?

   (c) Quelle est la relation entre v_s et v_{s2} si on suppose l'amplificateur opérationnel 3 idéal ?

   (d) En déduire la relation entre v_s et v_e. À quelle(s) condition(s) ce circuit oscille t-il à une fréquence non nulle ?

   (e) Quels sont les dipôles de ce circuit qui peuvent être remplacés par des capteurs passifs afin de transmettre un résultat de mesure sous la forme d'une sinusoïde d'amplitude constante dont la fréquence varie en fonction de la grandeur mesurée ?

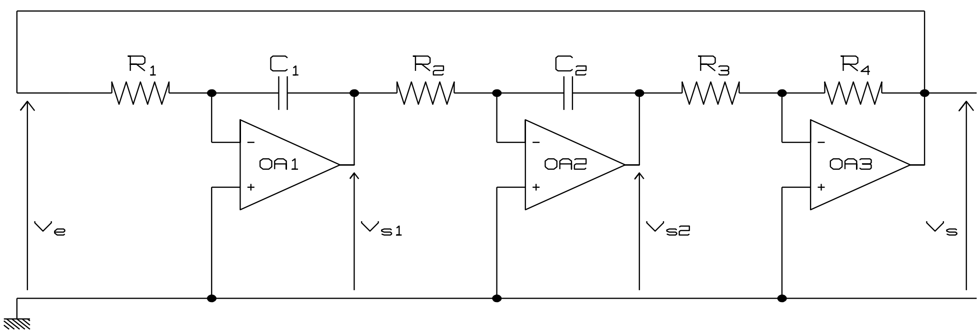


Figure 1: Circuit étudié dans l'exercice 1.

2. **(14 points)** La figure 2 montre le circuit recommandé par *Analog Devices* pour réaliser des filtres réjecteurs (ou coupe-bande). Ce circuit, appelé *filtre réjecteur de Bainter*[2], comporte trois amplificateurs opérationnels. On notera

[1] Voir K. Blake, "Analog sensor conditioning circuits, an overview", Microchip application note No 990, 2005, et E. Haile, J. Lepkowski, "Oscillator circuits for RTD temperature sensors", Microchip application note No 895, 2004.

[2] Voir J.R. Bainter, "Active filter has stable notch, and response can be regulated", Electronics, pp 115–117, 2 octobre 1975.

- v_{s1} la tension à la sortie de l'amplificateur opérationnel 1, v_{1-} et v_{1+} les tensions aux bornes de ses entrées inverseuses et non-inverseuses, i_{1-} et i_{1+} les courants allant vers ces deux entrées ;
- v_{s2} la tension à la sortie de l'amplificateur opérationnel 2, v_{2-} et v_{2+} les tensions aux bornes de ses entrées inverseuses et non-inverseuses, i_{2-} et i_{2+} les courants allant vers ces deux entrées ;
- v_{3-} et v_{3+} les tensions aux bornes des entrées inverseuses et non-inverseuses de l'amplificateur opérationnel 3, i_{3-} et i_{3+} les courants allant vers ces deux entrées.

On étudiera ce montage en régime sinusoïdal établi et on notera ω la pulsation de la tension d'entrée v_e.

(a) Écrire la loi des nœuds au point A. À quoi est égale la tension v_{1+} ? Que deviennent ces équations si l'amplificateur opérationnel 1 est supposé idéal ? En déduire une expression de v_{s1} en fonction de v_e.

(b) Écrire la loi des nœuds au point B. À quoi est égale la tension v_{2+} ? Que deviennent ces équations si l'amplificateur opérationnel 2 est supposé idéal ? En déduire une expression de v_{s2} en fonction de v_{s1} et v_s, puis une expression de v_{s2} en fonction de v_e et v_s.

(c) Écrire la loi des nœuds au point C. Que devient cette équation si l'amplificateur opérationnel 3 est supposé idéal ? En déduire une expression de v_{3+} en fonction de v_{s2} et v_e, puis une expression de v_{3+} en fonction de v_e et v_s.

(d) Écrire la loi des nœuds au point D. Que devient cette équation si l'amplificateur opérationnel 3 est supposé idéal ? En déduire une expression de v_{3-} en fonction de v_s.

(e) Si l'amplificateur opérationnel 3 est supposé idéal, quelle est la relation entre v_{3+} et v_{3-} ? En déduire la relation entre v_e et v_s. **C'est la seule question un peu difficile de ce problème. Il serait préférable de ne la faire qu'après avoir fait tout le reste.**

(f) La fonction de transfert de ce circuit peut s'écrire sous la forme

$$H(\jmath\omega) = \frac{v_s}{v_e} = K_{\text{HF}} \frac{\omega_0^2 + (\jmath\omega)^2}{\omega_n^2 + 2m\,\omega_n\,(\jmath\omega) + (\jmath\omega)^2}$$

$$\text{avec} \quad K_{\text{HF}} = 1 + \frac{R_7}{R_8}, \quad m = \frac{1 + R_2/R_3}{2\sqrt{K_{\text{HF}}}} \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}},$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 R_5}{R_4 R_6}\,\Omega^2, \quad \omega_n^2 = K_{\text{HF}}\,\Omega^2, \quad \Omega^2 = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}$$

Calculer $K_{\text{BF}} = H(0)$. Quelle est la valeur de $H(\jmath\omega)$ quand ω tend vers l'infini ?

(g) Pour quelle(s) valeur(s) de ω la fonction de transfert $H(\jmath\omega)$ est-elle égale à zéro ?

(h) On souhaite concevoir un filtre réjecteur tel que $K_{\text{BF}} = K_{\text{HF}} = 2$. On prendra $R_2 = R_3$ et $C_1 = C_2 = C$. Déterminer les expressions de $R_1 R_2$ en fonction de ω_0 et C et de $\frac{R_1}{R_2}$ en fonction de m. En déduire enfin des expressions de R_1 et R_2 en fonction de m, ω_0 et C.

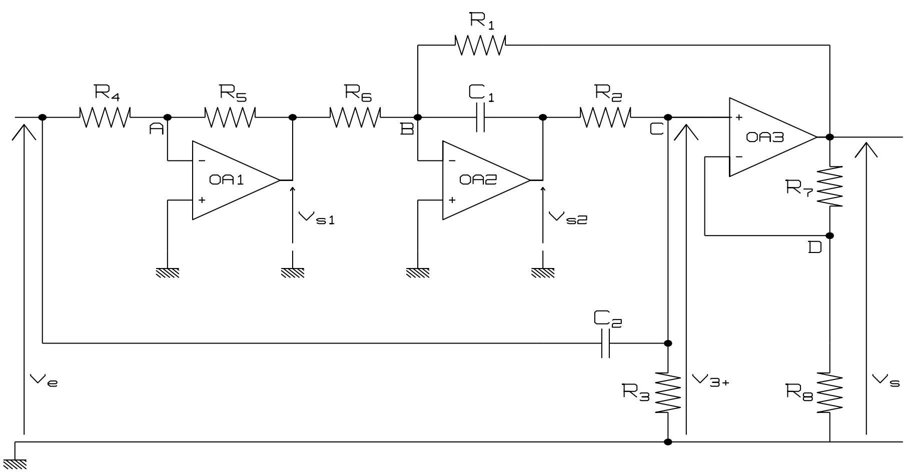


Figure 2: Circuit étudié dans l'exercice 2.