UNIVERSITÉ DE NANTES

Un test portant sur les pré-requis nécessaires à un bon suivi de l'enseignement des mathématiques en DAEU B aura lieu en septembre prochain.

Ce test portera sur l'algèbre :

- ✓ les équations du premier degré
- ✓ les équations produit
- ✓ les inéquations du premier degré
- ✓ les inéquations produit

et sur les droites

- ✓ tracé de droites
- ✓ détermination d'une équation de droite
- ✓ intersection de deux droits

Vous trouverez ci-après les éléments vous permettant de mener à bien votre préparation à ce test

Révision des pré-requis

A. Les équations

1. Développer, factoriser

Avant de manipuler une égalité on est souvent conduit à les réduire. Pour se faire on est conduit à utiliser une propriété liant la multiplication à l'addition appelée *distributivité de la multiplication par rapport à l'addition*.

Propriété 1 (de distributivité) : pour tous réels *a, b, c* on a : $ab + ac = a(b+c)$ **.**

Observons cette égalité : ab +ac est une *somme*, c'est la somme de deux *termes* ab et ac ; alors que a(b+c) est le *produit* de deux *facteurs* a et (b+c).

- **transformer un produit en somme s'appelle *développer***

$$a(b+c)\xrightarrow{\text{développement}}ab+ac$$

- **Transformer une somme (ou une différence !!) en un produit s'appelle *factoriser*.**

$$ab+ac\xrightarrow{\text{factorisation}}a(b+c)$$

Exercice 1 Développer :

$(3x + 2)5y$	;	$(5y + 2x + 3)7z$
$(4x - 1)x$	;	$3x(5y - x - 8)$.
$3x(1 - 6x)$	;	$(3x +1)(1 -6x)$
$x(x+1)(x+2)$	;	$x(x-1)(x - 2)$

⚠ **Méthode : si vous n'êtes pas sûr(e) de votre factorisation redéveloppez votre factorisation vous devez retrouver la forme développée !**

1. Manipulations de base des égalités

Propriété2 (addition, soustraction) : On ne change pas une égalité en additionnant (ou en soustrayant) un même nombre à chacun de ses membres.

Soit en langage mathématique : a = b $\Leftrightarrow$ a+ c = b +c (le signe $\Leftrightarrow$ signifie : « équivalent à »)

propriété 3 (multiplication, division): On ne change pas une égalité en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul chacun de ses membres.

Soit en langage mathématique : a = b $\Leftrightarrow$ a × c = b × c (c ≠ 0)

remarque *: ces deux propriétés suffisent à résoudre toutes les équations du premier degré à une inconnue*

exemple-type : résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation suivante :* $\frac{1}{2}(7x+3) - (x-1) = \frac{1}{2}(x+7)$.

$$\frac{1}{2}(7x+3) - (x-1) = \frac{1}{2}(x+7)$$

développons $$\frac{7}{2}x + \frac{3}{2} - x + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

réduisons $$\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

On veut regrouper les x dans un même membre ; utilisons la propriété 1 et soustrayons à chaque membre $\frac{1}{2}x$ *pour les faire disparaître du membre de droite ; soit :* $2x + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

utilisons à nouveau la propriété 1 et soustrayons $\frac{5}{2}$ *à chaque membre pour se ramener à une équation du type*

ax = b soit : $2x = 1$

utilisons maintenant la propriété 2 en divisant chacun des membre par 2 *(ou en multipliant par $\frac{1}{2}$) soit* $x = 1\times\frac{1}{2}$ *soit* $x = \frac{1}{2}$.

conclusion *: l'équation* $\frac{1}{2}(7x+3) - (x-1) = \frac{1}{2}(x+7)$ *admet une seule solution dans* $\mathbb{R}$: $\frac{1}{2}$ ou ***S** = {* $\frac{1}{2}$ *}*

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $3x+5 = 0$; $3x+5 = 1-5x$; $3(x+5) = 1-2x$.
2. $3(2-5x) + 5(5+7x) = (1-3x) - (2-2x)$; $3(2-5x) + 5(5+2x) = (1-7x) - (2-2x)$;
   $3(2-5x) + 5(5+2x) = (1-7x) - (-30-2x)$.

4. Propriété d'intégrité et factorisation

propriété 4 (propriété d'intégrité) : si le produit de deux facteurs est nul alors l'un d'entre eux (au moins) est nul .

Soit en langage mathématique : ab = 0 ⇔ a = 0 ou b = 0 .

exemple-type : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x(1-5x) = 0$.

D'après la propriété d'intégrité cette équation est donc équivalente à : $\begin{cases} 3x = 0 \\ ou \\ 1-5x = 0 \end{cases}$

soit : $\begin{cases} x = 0 \\ ou \\ 5x = 1 \end{cases}$ soit : $\begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$. **Conclusion** : l'équation $3x(1-5x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$: 0 et $\frac{1}{5}$ ou

$$\boldsymbol{S} = \{ 0 , \frac{1}{5} \}$$

Pour pouvoir utiliser la propriété d'intégrité il faut qu'un produit soit égal à zéro, donc il faut savoir exprimer une expression sous la forme d'un produit.

Factoriser une expression c'est l'exprimer sous la forme d'un produit. Pour se faire nous disposons de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition !!

Exemple- type : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $3x^2 + x = 0$

Le membre de gauche est la *somme* de deux termes exprimons le comme un *produit*. On remarque dans chacun des termes de cette *somme* on retrouve le facteur commun x (en effet : $3x^2 = x \times 3x$ et $x = x \times 1$). Utilisons la propriété 4 : $3x^2 + x = x(3x+1)$, on dit que $3x^2 + x$ possède une *factorisation évidente* par x. L'équation est donc équivalente à :

$$x(3x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ 3x+1=0 \end{cases} \text{(d'après la propriété d'intégrité) . Soit } \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x = -\dfrac{1}{3} \end{cases}.$$

Conclusion : l'équation $3x^2 + x = 0$ admet deux solutions $-\frac{1}{3}$ et 0 ou $S = \{ -\frac{1}{3}, 0\}$.

Si on n'observe pas de facteur commun on peut avoir recours aux identités remarquables suivantes qui jouent un rôle très important dans la pratique.

$$\boxed{\begin{array}{ll} a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) & (1) \\ a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 & (2) \\ a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 & (3) \end{array}}$$

Méthode. Pour factoriser une expression vous devez en premier lieu :

1. **rechercher s'il n'y a pas un facteur commun à tous les termes de l'expression.**
2. **voir si une des trois identités remarquables précédentes n'est pas applicable.**

exemples : résoudre $x^3 + 6x^2 + 9x = 0$, $x^2 - 22x + 121 = 0$, $x^2 - 5 = 0$, $x^2 + 6x + 5 = 0$.

1. $x^3 + 6x^2 + 9x = x(x^2 + 6x + 9)$ *puisque x est un facteur commun aux trois termes,* $x^2 + 6x + 9$ *n'a pas de facteur commun mais il semble être de la forme* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ *donc :*
   $x^3 + 6x^2 + 9x = x(x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2) = x(x + 3)^2$ *d'après le (2) donc :*

$$x^3 + 6x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow x(x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 0 \\ ou \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \quad ou\ x+3=0 \\ ou \\ x=0 \end{cases} \text{ soit } x = -3$$

ou x = 0 ***conclusion*** *:* $S = \{-3, 0\}$

2. $x^2 - 22x + 121 = x^2 - 2 \times x \times 11 + 11^2 = (x - 11)^2$ *d'après (3) donc :* $x^2 - 22x + 121 = 0 \Leftrightarrow (x - 11)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 11 = 0$.
   conclusion *:* $S = \{11\}$.

3. $x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$ *donc :* $x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x - \sqrt{5} = 0 \\ ou \\ x + \sqrt{5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ ou \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$$

conclusion *:* $S = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$.

4. $x^2 + 6x + 5 = x^2 + 6x + 9 - 4 = (x + 3)^2 - 4$ *d'après l'équation (1) donc :*
   $x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 2^2 = [(x+3)+2] \times [(x+3) - 2] = (x + 5)(x + 1)$ *. Donc* $x^2 + 6x + 5 = 0$ *est donc équivalente à :*

$$(x + 5)(x + 1) = 0 \text{ soit : } \begin{cases} x+5=0 \\ ou \\ x+1=0 \end{cases} \text{ et donc : } \begin{cases} x=-5 \\ ou \\ x=-1 \end{cases}.$$

Conclusion *:* $S = \{-5, -1\}$

Exercice 3 Résoudre les équations suivantes :

$x(x+1) = 0$	;	$(2x+1)(1-x) = 0$.
$x(1-2x)(3+5x)=0$	;	$x^2 - 2x = 0$
$x^2 + x = 0$	;	$x^2 - x = 0$

Exercice 4 Résoudre les équations suivantes :

$x^2 - 4 = 0$;	$x^2 - 9 = 0$
$(1-2x)^2 - (3+5x)^2 = 0$;	$x^2 - 2x + 1 = 0$
$x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$;	$x^2 - 8x + 16 = 0$

B. Les inéquations

Pour résoudre des inéquations vous disposez de deux outils : les manipulations de bases des inégalités et la règle du signe du produit qui demande de savoir factoriser et donc de connaître les identités remarquables.

2. Manipulations de base des inégalités

Propriété1 (addition, soustraction) : On ne change pas une inégalité en additionnant (ou en soustrayant) un même nombre à chacun de ses membres.

Soit en langage mathématique : $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$

Propriété 2 (multiplication, division):

- **On ne change pas une inégalité en multipliant (ou en divisant) par un même nombre *strictement positif* chacun de ses membres.**

Soit en langage mathématique : $a < b \Leftrightarrow a \times c < b \times c$ (si $c > 0$)

- **⚠ On change de sens une inégalité en multipliant (ou en divisant) par un même nombre *strictement négatif* chacun de ses membres.**

Soit en langage mathématique : ⚠ $a < b \Leftrightarrow a \times c > b \times c$ (si $c < 0$)

exemple-type : résoudre dans ℝ l'équation suivante : $\frac{1}{2}(7x+3) - (x-1) < \frac{1}{2}(9x+7)$.

développons $\frac{7}{2}x + \frac{3}{2} - x + 1 < \frac{9}{2}x + \frac{7}{2}$

réduisons $\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} < \frac{9}{2}x + \frac{7}{2}$

On veut regrouper les x dans un même membre ; utilisons la propriété 1 et soustrayons à chaque membre $\frac{9}{2}x$ *pour les faire disparaître du membre de droite ; soit :* $\quad - 2x + \frac{5}{2} < \frac{7}{2}$

utilisons à nouveau la propriété 1 et soustrayons $\frac{5}{2}$ *à chaque membre pour se ramener à une inéquation du type* $ax < b$ *soit :* $\quad - 2x < 1$

utilisons maintenant la propriété 2 en divisant chacun des membre par -2 *(ou en multipliant par* $-\frac{1}{2}$ *)soit :*

$$x > 1\times(-\frac{1}{2})$$

(⚠on change de sens l'inégalité car on multiplie l'inégalité par $-\frac{1}{2}$ qui est négatif !!)

$$\text{d'où } x > -\frac{1}{2}$$

conclusion : l'inéquation $\frac{1}{2}(7x+3) - (x-1) < \frac{1}{2}(9x+7)$ admet pour ensemble solution **S** tous les réels strictement supérieurs à $-\frac{1}{2}$. Soit **S =]** $\mathbf{-\frac{1}{2}}$ **, + ∞ [**

<u>Exercice 5</u> *inéquations du premier degré*

Résoudre les équations suivantes :

a. $x+1 > 3$
b. $2x+3 < x-5$
c. $3x+5 < 5x-2$
d. $\frac{1}{3}(12x-5) - 8(x-1) \leq 0$
e. $\frac{x+6}{2} - 2\frac{x-7}{3} \geq 5x - 8.$

3. <u>signe du produit</u>

<u>Propriété 3 (signe du produit)</u> :

1. **Si le produit de deux nombres est positif si et seulement si ces nombres sont de même signe.**
2. **Le produit de nombres est négatif si et seulement si ces nombres sont de signes différents.**
3. **soit en langage mathématique : * ab >0** $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \; et \; b > 0 \\ ou \\ a < 0 \; et \; b < 0 \end{cases}$

   *** ab <0** $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \; et \; b < 0 \\ ou \\ a < 0 \; et \; b > 0 \end{cases}$

<u>exemple-type</u> : résoudre dans ℝ l'équation $3x\,(1 - 5x) > 0$.

- signe de 1 – 5x

$1 - 5\,x = 0 \Leftrightarrow -5x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$

$1 - 5x > 0 \Leftrightarrow -5x > -1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{5}$ (car on divise par – 5 qui est négatif)

de même $1 - 5x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{5}$

- signe de 3x : c'est celui de x !
- on peut donc réaliser un tableau de signes qui permettra d'utiliser aisément la règle du signe du produit.

x	$-\infty$	0		$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$(1 - 5x)$	+		+	0	–
$3x$	–	0	+		+
$3x(1 - 5x)$	–	0	+	0	–

conclusion : D'après la lecture de la dernière ligne de ce tableau (obtenue en utilisant la règle du signe du produit) $3x(1 - 5x) > 0$ sur $]\,0\,,\frac{1}{5}\,[$. **S =] 0 , $\frac{1}{5}$ [.**

<u>Exercice 6</u> :

Résoudre les inégalités suivantes : a)$(2x + 1)(x - 1) < 0$, b) $(- 2x +1)(x- 1) < 0$,

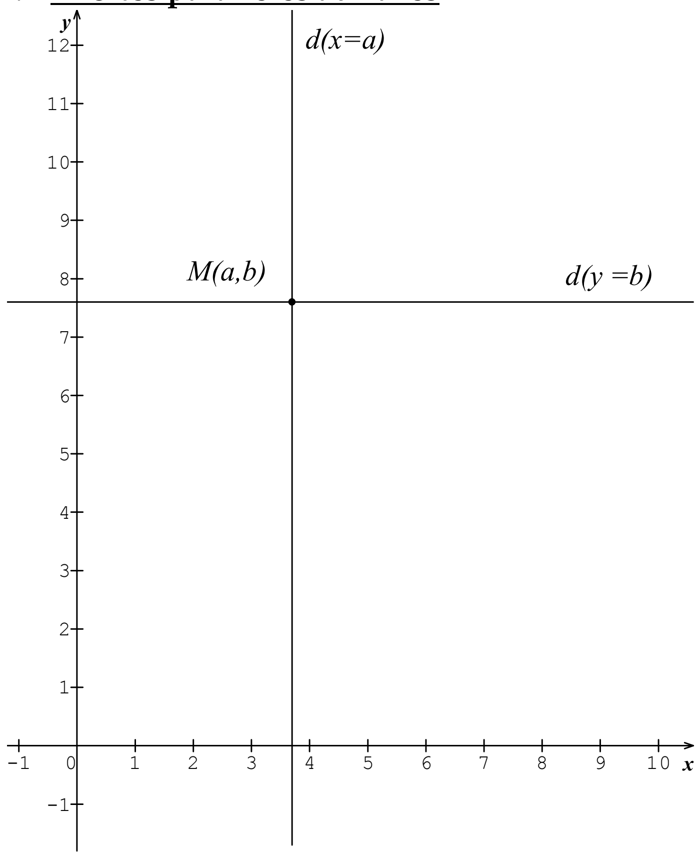
c) $(2 - 5x) (1+x)(3 +x)>0$.

<u>Exercice 7</u> :

Résoudre les inégalités suivantes : a) $x^2 - 1) < 0$, b) $x^2 + 2x +1 >$

C. Les droites

I. <u>Droites parallèles aux axes</u>



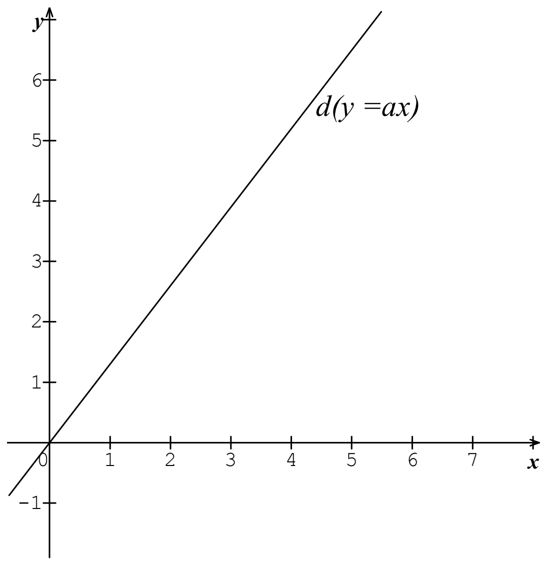
- La droite d'équation $x = a$ est parallèle à l'axe des ordonnées.
(en particulier la droite d'équation $x = 0$ est l'axe des ordonnées)

- La droite d'équation $y = b$ est parallèle à l'axe des abscisses.
(en particulier la droite d'équation $y = 0$ est l'axe des abscisses)

- L'intersection de ces deux droite est bien le point $M(a , b)$.

II. <u>Droites passant par l'origine</u>

Les droites passant par l'origine on pour équation : $y = a\,x$

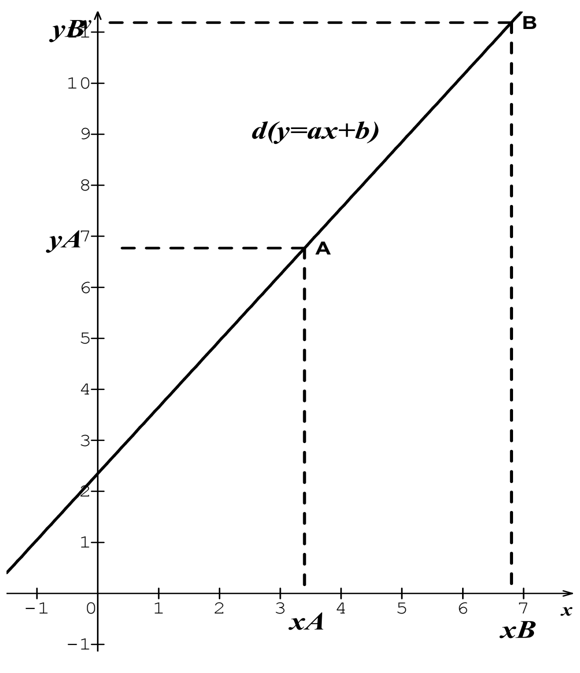


III. Droites affines

Une droite affine est une droite qui n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

L'équation affine d'une telle droite ***d*** est $y = ax + b$

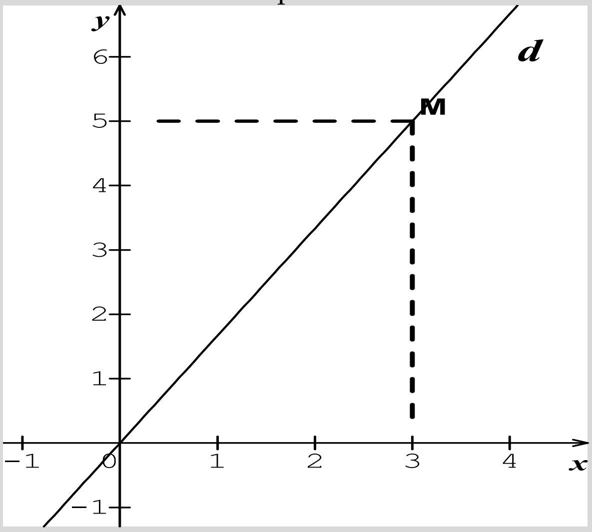
- **b** est l'***ordonnée à l'origine*** : la droite ***d*** *(y = ax + b)* coupe l'axe des ordonnées en *B(0 , b).*
- **a** est appelé le ***coefficient directeur*** de la droite ***d*** .Si $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ sont deux points de ***d*** alors $\boxed{\mathbf{a} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$



- Deux droites affines sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur

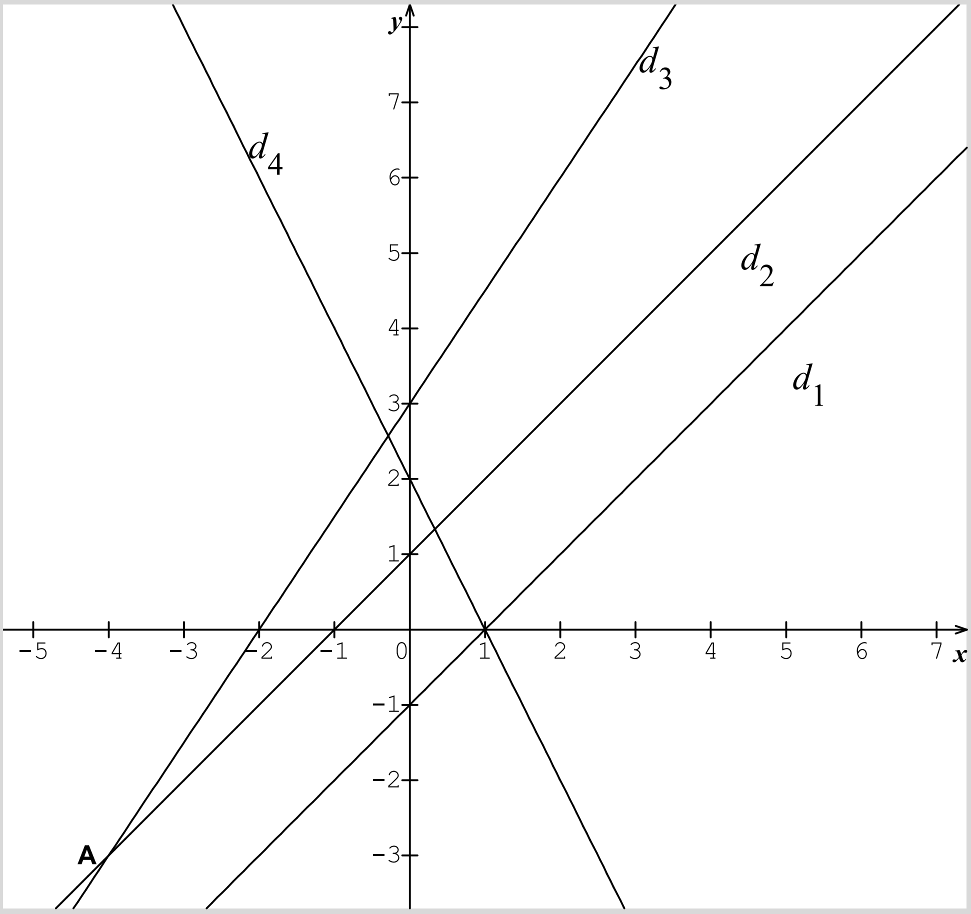
Exercice8

1. déterminer une équation de la droite ***d***



2. a) Déterminer les équations des droites ci- dessous.

b) Quelles droites sont parallèles ?



<u>Exercice 9</u> *Tracer de droites*

1. Tracer les droites suivantes : $d_1(y=3)$, $d_2(x=-3)$, $d_3(y=2x)$, $d_4(y=2x-1)$, $d_5(y=-3x+1)$.
2. Tracer la droite ***d*** passant par A(– 1 , 2) de coefficient directeur – 2.

<u>Exercice 10</u>

1. Tracer la droite *d* d'équation *y* = – 2*x*+5.
2. Tracer sur le même graphique la droite *d'* parallèle à la droite *d* passant par passant par A(1,0). Déterminer son équation affine.
3. Déterminer l'équation affine de la droite Δ de coefficient directeur 3 passant par A.
4. Déterminer graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées du point d'intersection de *d* et Δ
5. Soit B(2 , -1) et C(5,5) Déterminer l'équation affine de la droite (BC)

Solutions

Exercice 1

- $(3x+2)5y = 3x \times 5y + 2 \times 5y = 15xy + 10y$
- $(4x-1)x = 4x^2 - x$
- $3x(1-6x) = 3x + 3x(-6x) = 3x - 18x^2$
- $x(x+1)(x+2) = (x^2+x)(x+2) = x^2 \times (x+2) + x(x+2) = x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x = x^3 + 3x^2 + 2x$
- $(5y+2x+3)7z = 5y \times 7z + 2x \times 7z + 3 \times 7z = 35yz + 14xz + 21z$
- $3x(5y - x - 8) = 15xy - 3x^2 - 24x$
- $(3x+1)(1-6x) = -18x^2 - 3x + 1$
- $x(x-1)(x-2) = (x^2 - x)(x-2) = x^3 - 3x^2 + 2x$

Exercice 2

1. • *$3x + 5 = 0$ donc $3x = -5$(on soustrait 5 aux deux membres de l'égalité), soit* $\boxed{x = -\frac{5}{3}}$ (on divise les deux membres de l'égalité par 5)

- *$3x + 5 = 1 - 5x$ donc, en ajoutant à chaque membre de l'égalité $5x - 5$ pour regrouper les x dans le membre de gauche et les constantes dans celui de droite,* $8x = -4$ *et donc* $x = -\frac{4}{8}$ *soit* $\boxed{x = -\frac{1}{2}}$
- *$3(x+5) = 1 - 2x$ donc $3x + 15 = 1 - 2x$ soit $5x = -14$ donc* $\boxed{x = -\frac{14}{5}}$

2.

.

- *$3(2-5x) + 5(5+7x) = (1-3x) - (2-2x)$ soit $6 - 15x + 25 + 35x = 1 - 3x - 2 + 2x$ donc $31 + 20x = -1 - x$ soit $21x = -32$ donc* $\boxed{x = -\frac{32}{21}}$
- *$3(2-5x) + 5(5+2x) = (1-7x) - (2-2x)$ soit $6 - 15x + 25 + 10x = 1 - 7x - 2 + 2x$ donc $-5x + 31 = -1 - 5x$ soit $0x = -32$ cette équation n'a pas de solution (car $0x$ est égal à 0 pour tout x) ou bien $S = \varnothing$.*
- *$3(2-5x) + 5(5+2x) = (1-7x) - (-30-2x)$ donc $-5x + 31 = -5x + 31$ cette égalité est vraie pour tout x ; donc tout x est solution de cette équation ou bien $S = \mathbb{R}$.*

Exercice 3

- $x(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 0 \\ ou \\ x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 0 \\ ou \\ x = -1 \end{array}\right.$ $\boxed{S = \{-1, 0\}}$
- $x(1-2x)(3+5x) = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 0 \\ ou \\ 1 - 2x = 0 \\ ou \\ 3 + 5x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ ou \\ x = \frac{1}{2} \\ ou \\ x = -\frac{3}{5} \end{array}\right.$ $\boxed{S = \{-\frac{3}{5}, 0, \frac{1}{2}\}}$
- $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$ *(équation déjà résolue)* $\boxed{S = \{-1, 0\}}$

- $(2x+1)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ ou \\ 1-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ ou \\ x=1 \end{cases}$ $\boxed{S = \{-\frac{1}{2}, 1\}}$
- $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x=2 \end{cases}$ $\boxed{S = \{0, 2\}}$
- $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x=1 \end{cases}$ $\boxed{S = \{0, 1\}}$

<u>Exercice</u> 4

- $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2^2 \Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 0$ *(en utilisant $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$)*

  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ ou \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ ou \\ x=2 \end{cases}$ $\boxed{S = \{-2, 2\}}$

- $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3^2 \Leftrightarrow (x+3)(x-3) = 0$ *(en utilisant $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$)*

  $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ ou \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ ou \\ x=3 \end{cases}$ $\boxed{S = \{-3, 3\}}$

- $(1-2x)^2 - (3+5x)^2 = 0 \Leftrightarrow (1-2x+3+5x)[1-2x-(3+5x)] = 0$

  $\Leftrightarrow (4+3x)(-2-7x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4=0 \\ ou \\ -7x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{4}{3} \\ ou \\ x=-\dfrac{2}{7} \end{cases}$ $\boxed{S = \{-\frac{4}{3}, -\frac{2}{7}\}}$

- $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $\boxed{S = \{1\}}$
- $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow (x + \frac{1}{2})^2 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{S = \{-\frac{1}{2}\}}$
- $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $\boxed{S = \{4\}}$

<u>Exercice</u> 5 *a.* $x + 1 > 3 \Leftrightarrow x > 3 - 1$ *(propriété 1) soit* $x > 2$. $\boxed{S =]2, +\infty[}$

b. $2x + 3 < x - 5 \Leftrightarrow 2x - x < -5 - 3 \Leftrightarrow x < -8$. $\boxed{S =]-\infty, -8[}$

c. $3x+5 < 5x - 2 \Leftrightarrow 3x - 5x < -2 - 5 \Leftrightarrow -2x < -7 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$ *(d'après la propriété 2 on divise une égalité par un nombre négatif donc il faut changer le sens de l'inégalité)* $\boxed{S =]\frac{7}{2}, +\infty[}$

d. $\frac{1}{3}(12x-5)-8(x-1)\leq\ 0$ développons : $4x-\frac{5}{3}-8x+8\leq 0 \Leftrightarrow -4x+\frac{19}{3}\leq 0$ donc cette inéquation équivaut à :

$$-4x\leq -\frac{19}{3}\Leftrightarrow x\geq\frac{19}{12}.\ \boxed{S=[\ \frac{19}{12};+\infty[}$$

e. $\frac{x+6}{2}-2\,\frac{x-7}{3}\geq 5x-8$ multiplions cette inégalité par 6 pour éliminer les fractions on obtient alors:

$$3(x+6)-4(x-7)\geq\ 6(5x-8)\Leftrightarrow 3x+18-4x+28\geq 30x-48$$

$$\Leftrightarrow -x+46\geq 30x-48 \Leftrightarrow\ -31x\geq\ -94\Leftrightarrow x\leq\frac{94}{31}.\ \boxed{S=]-\infty\,,\frac{94}{31}\ ]}$$

Exercice 6 : a)$(\ 2x+1)(x-1)<0$ *réalisons un tableau de signes :*

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		1	$+\infty$
$2\,x+1$	$-$	0	+		+
$x-1$	$-$		$-$	0	+
$(2x+1)\,(x-1)$	+	0	$-$	0	+

D'après le dernière ligne du tableau précédent $(2x+1)(\ x-1)<0$ *sur* $]-\frac{1}{2},1\ \ [$

b) $(\ -2x+1)(x-1)<0$ *réalisons un tableau de signes :* $(-2x+1>0\Leftrightarrow -2x>-1\Leftrightarrow x<\frac{1}{2}\ )$

x	$-\infty$	1/2		1	$+\infty$
$-2\,x+1$	+	0	$-$		$-$
$x-1$	$-$		$-$	0	+
$(-2x+1)\,(x-1)$	$-$	0	+	0	$-$

D'après le dernière ligne du tableau précédent $(-2x+1)(\ x-1)<0$ *sur* $]\ -\infty\,,\ \frac{1}{2}\ [\ \cup\ ]\ 1\,,+\infty[$

c) $(2-5x)\ (1+x)(\ 3+x\ )>0$ *réalisons un tableau de signes avec une ligne par facteur :*

x	$-\infty$	-3		-1		$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$2-5x$	+		+		+	0	−
$1+x$	−		−	0	+		+
$3+x$	−	0	+		+		+
$(2-5x)(1+x)(3+x)$	+	0	−	0	+	0	−

D'après le dernière ligne du tableau précédent $(2-5x)(1+x)(3+x)>0$ sur $]-\infty,-3[\cup]-1,\frac{2}{5}[$

***Exercice 7** :*

a) $x^2-1)<0$ factorisons cette expressions (elle est de la forme a^2-b^2 : $x^2-1=(x+1)(x-1)$)

donc : $x^2-1)<0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)<0$ etréalisons un tableau de signes :

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$x+1$	−	0	+		+
$x-1$	−		−	0	+
$(x+1)(x-1)=x^2-1$	+	0	−	0	+

D'après le dernière ligne du tableau précédent $x^2-1<0$ sur $]-1,1[$

b) $x^2+2x+1>0$ on reconnait une identité remarquable $x^2+2x+1=(x+1)^2$ donc :

$x^2+2x+1>0 \Leftrightarrow (x+1)^2>0$ cette expression est un carré donc $(x+1)^2\geq 0$ pour tout x et

$(x+1)^2=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Donc $(x+1)^2>0$ pour tout x sauf -1 soit $x^2+2x+1>0$ sur $\mathbb{R}-\{-1\}$.

Exercice8

1. *Une équation de cette droite qui passe par l'origine est $y=ax$ or pour $x=3$ on doit avoir $y=5$(puisque d passe par $M(3,5)$; donc $5=3a$ donc $a=\frac{5}{3}$*

   Conclusion : cette droite a pour équation $y=\frac{5}{3}x$

2. *a) Ces droites sont des droites affines donc leur équation est de la forme $y=ax+b$*
   - *b est l'ordonnée à l'origine c'est-à-dire l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.*
   - *Pour déterminer a ont considère deux points de cette droite et a est le rapport entre la différence des ordonnées et la différence des abscisses.*
   - *d_1 ? l'ordonnée à l'origine est -1 donc $b=-1$*

     Cette droite passe par $A(1,0)$ et $B(0,-1)$ donc le coefficient directeur de cette droite est $a=\frac{-1-0}{0-1}=1$

Donc cette droite a pour équation $y = x - 1$

- *d_2 ? l'ordonnée à l'origine est 1 donc $b = 1$*

  Cette droite passe par C(-1,0) et D(0, 1) donc le coefficient directeur de cette droite est $a = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1$

  Donc cette droite a pour équation $y = x + 1$
- *d_3 ? l'ordonnée à l'origine est 3 donc $b = 3$*

  Cette droite passe par E(-2,0) et F(0, 3) donc le coefficient directeur de cette droite est $a = \frac{3}{2}$

  Donc cette droite a pour équation $y = \frac{3}{2}x + 3$
- *d_4 ? l'ordonnée à l'origine est 2donc $b = 2$*

  Cette droite passe par A(1,0) et G(0, 2) donc le coefficient directeur de cette droite est $a = \frac{-2}{1} = -2$

  Donc cette droite a pour équation $y = -2x + 2$

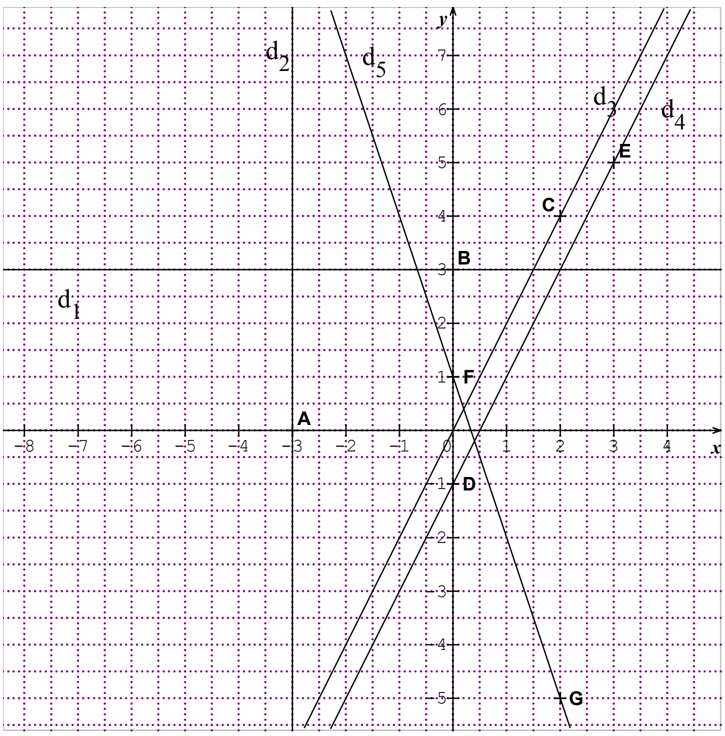
  Seules d_1 et d_2 ont le même coefficient, donc seules ces droites sont parallèles.

c) *Seules d_1 et d_2 ont le même coefficient, donc seules ces droites sont parallèles.*

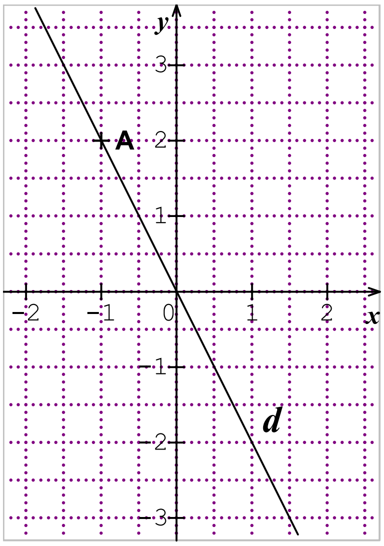
Exercice 9

1.

- $d_1(y = 3)$ *est parallèle à l'axe des abscisses et passe par B(0, 3).*
- $d_2(x = -3)$ *est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par A(–3, 0) .*
- $d_3(y = 2x)$ *passe par l'origine, d'autre part si par exemple x =2 on trouve y = 4 donc elle passe par C(2,4) c'est la droite (OC).*
- $d_4(y = 2x - 1)$ *coupe l'axe des ordonnées en D(0, – 1) et si par exemple x = 3 on trouve y = 5 donc elle passe aussi par E(3,5) donc cette droite est la droite (DE).*
- $d_5(y = -3x + 1)$ *coupe l'axe des ordonnées en F(0, 1) et si par exemple x = 2 on trouve y = – 5 donc elle passe aussi par G(2,– 5) donc cette droite est la droite (FG).*



3. Cette droite a un coefficient directeur égal à –2 ce qui signifie concrètement que lorsque x augmente d'une unité alors y diminue de 2 unités.



Ainsi partant de A on aboutit à B(–1 +1 , 2 –2) donc on aboutit à l'origine. **d** est la droite passant par A et l'origine ! Donc son équation affine est $y = -2x$

Exercice 10

1. Passe par B(0,5) pour x =2 on trouve y =1 donc cette droite passe aussi par C(2,1)
2. d' a pour équation y = - 2x + b et pour x =1 on doit avoir y = 0 soit -2 + b = 0 d'où b = 2 ;

   $\boxed{d'(y = -2x +2)}$
3. On a donc Δ (y = 3x + b) et pour x =1 on doit trouver y = 0 soit 3 + b = 0 donc b = - 3 .

   $\boxed{\Delta\ (y = 3x - 3)}$
4. On lit, sur le graphique, que Δ et d sont sécantes en $M\left(\simeq 1,6;\simeq 1,8\right)$.

   Par le calcul, si M est sur ces deux droites, on doit avoir : $\begin{cases} y = -2x+5 \\ et \\ y = 3x-3 \end{cases}$ ce qui impose

   $3x-3 = -2x+5 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{5} = 1,6$ et donc $y = -2\times 1,6+5 = -3,2+5 = 1,8$.

   Conclusion : ces droites sont sécantes en M(1,6 ; 1,8),
5. La droite (BC) a pour coefficient directeur $a = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{5-(-1)}{5-2} = \dfrac{6}{3} = 2$

donc (BC) (y = 2x + b) mais cette droite passe par B (ou par C) donc $2\times 2+b = -1 \Leftrightarrow 4+b = -1 \Leftrightarrow b = -5$ (ou $2\times 5+b = 5 \Leftrightarrow 10+b = 5 \Leftrightarrow b = -5$

Conclusion : la droite (BC) a pour équation $\boxed{y = 2x - 5}$