

THESE DE DOCTORAT DE

NANTES UNIVERSITE

ECOLE DOCTORALE N° 641

*Mathématiques et Sciences et Technologies du numérique,
de l'Information et de la Communication*

Spécialité : Mathématiques et leurs Interactions

Par

Bastien Grosse

**Analyse d'équations cinétiques : hypocoercivité numérique et
dynamique de la gaine plasma**

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 18/09/26

Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray UMR CNRS C 6629

Rapporteurs avant soutenance :

Marjolaine PUEL Professeure à Cergy Paris Université
Thomas REY Professeur à Université Côte d'Azur

Composition du Jury :

Attention, en cas d'absence d'un des membres du Jury le jour de la soutenance, la composition du jury doit être revue pour s'assurer qu'elle est conforme et devra être répercutée sur la couverture de thèse

Président :

Examineurs : Anaïs CRESTETTO
Pauline LAFITTE
Marjolaine PUEL
Thomas REY

Dir. de thèse : Frédéric HERAU
Co-dir. de thèse : Mehdi BADSI

Maîtresse de conférence à Nantes Université
Professeure à Université Paris Saclay
Professeure à Cergy Paris Université
Professeur à Université Côte d'Azur
Professeur à Nantes Université
Maitre de conférence à Nantes Université

Titre : Analyse d'équations cinétiques : hypocoercivité numérique et dynamique de la gaine plasma.

Mots clés : équations cinétiques ; hypocoercivité ; polynômes orthonormés ; gaine plasma ; potentiel flottant ; entropie relative.

Résumé : Ce manuscrit étudie deux modèles cinétiques issus de la physique des plasmas. La première partie porte sur une méthode spectrale pour l'équation de Boltzmann BGK linéarisée. Dans le Chapitre 1, nous introduisons la méthode qui repose sur la projection sur la base des polynômes de Hermite en vitesse et sur une base adaptée de polynômes orthonormés en espace. Nous montrons que ce schéma préserve toutes les quantités invariantes identifiées, mais aussi qu'il satisfait un résultat d'hypocoercivité numérique. Dans le Chapitre 2, nous étudions les propriétés d'approximation des bases de polynômes orthonormés pour certains poids exponentiels. Nous établissons deux résultats de régularité spectrale et répondons partiellement à une condition soulevée au Chapitre 1.

La deuxième partie traite d'un modèle de gaine plasma, plus précisément le système de Vlasov-Poisson-Ampère, dans lequel le potentiel est flottant au mur. Dans le Chapitre 3, nous établissons un théorème d'existence et d'unicité de la solution. Enfin, le Chapitre 4 traite des états stationnaire et du comportement en temps long de ce système ainsi que du système de Vlasov-Poisson avec potentiel fixé au mur. Nous contruisons les états stationnaires dans des cas particuliers et exhibons les difficultés du modèles. Bien qu'elle ne nous permet pas de conclure à l'existence d'un théorème H ni à la stabilité non-linéaire du modèle, nous appliquons ensuite la méthode d'entropie relative aux deux systèmes. Nous présentons également des simulations.

Title : Analysis of kinetic equations : numerical hypocoercivity and dynamics of the plasma sheath.

Keywords : kinetic equations ; hypocoercivity ; orthonormal polynomials ; plasma sheath ; floating potential ; relative entropy.

Abstract : This manuscript examines two kinetic models from plasma physics. The first part focuses on a spectral method for the linearized Boltzmann BGK equation. In Chapter 1, we introduce the method, which is based on projection onto a basis of Hermite polynomials in velocity and an adapted basis of orthonormal polynomials in space. We show that this scheme preserves all identified invariant quantities, but also that it satisfies a numerical hypocoercivity result. In Chapter 2, we study the approximation properties of orthonormal polynomial bases for certain exponential weights. We establish two spectral regularity results and partially address a condition raised in Chapter 1.

The second part deals with a plasma sheath model, specifically the Vlasov-Poisson-Ampère system, in which the potential is floating at the wall. In Chapter 3, we establish a theorem on the existence and uniqueness of the solution. Finally, Chapter 4 deals with the steady-state conditions and long-time behavior of this system, as well as the Vlasov-Poisson system with the potential fixed at the wall. We construct steady-state solutions in specific cases and highlight the difficulties of the model. Although this does not allow us to conclude the existence of an H-theorem or the nonlinear stability of the model, we then apply the relative entropy method to both systems. We also present simulations.