

THÈSE DE DOCTORAT DE

NANTES UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 641
*Mathématiques et Sciences et Technologies
de l'Information et de la Communication*
Spécialité : *Mathématiques et leurs Interactions*

Par

Lucas DARBAS

Propriétés faisceautiques de l'homologie de Hochschild supérieure

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le vendredi 8 septembre 2023
Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray

Rapporteurs avant soutenance :

Grégory GINOT Professeur des Universités, LAGA, Université Paris 13
Bernhard KELLER Professeur des Universités, IMJ-PRG, Université Paris 7

Composition du Jury :

| | | |
|--------------------|--------------------|--|
| Président : | Geoffrey POWELL | Directeur de Recherche CNRS, LAREMA, Université Angers |
| Examineurs : | Grégory GINOT | Professeur des Universités, LAGA, Université Paris 13 |
| | Bernhard KELLER | Professeur des Universités, IMJ-PRG, Université Paris 7 |
| | Michel VAQUIE | Chargé de Recherche CNRS, IMT, Université Toulouse 3 |
| | Christine VESPA | Professeure des Universités, I2M, Aix-Marseille Université |
| Dir. de thèse : | Friedrich WAGEMANN | Maître de Conférences, LMJL, Nantes Université |
| Co-enc. de thèse : | Hossein ABBASPOUR | Maître de Conférences, LMJL, Nantes Université |

Titre : Propriétés faisceautiques de l'homologie de Hochschild supérieure

Mot clés : Algèbre Homologique, Géométrie Algébrique, Foncteurs de Quillen

Résumé : Nous montrons que le complexe de Hochschild supérieur associé à un ensemble simplicial pointé et connexe commute avec la localisation des algèbres commutatives sur un corps de caractéristique nulle. Après avoir défini la cohomologie de Hochschild supérieure d'un schéma, nous généralisons la suite spectrale de Hodge, le théorème HKR de Pirashvili, puis démontrons l'existence d'une décomposition de Hodge pour la cohomologie de Hochschild d'ordre supérieur d'un schéma lisse et séparé sur un corps de caractéristique nulle. Nous montrons que cette définition et la suite spectrale de Hodge coïncident avec

la définition et la suite spectrale de Pirashvili dans le cas des ensembles simpliciaux pointés et connexes et des schémas affines. Nous définissons également une structure de modèle sur la catégorie des modules sur un pré-faisceau de CDGA pour donner une définition équivalente de la cohomologie de Hochschild d'ordre supérieur d'un schéma séparé sur un corps de caractéristique nulle à coefficients dans un faisceau quasi-cohérent. Enfin, nous généralisons le théorème de Swan à la cohomologie de Hochschild des schémas séparés sur un corps.

Title: Sheaf properties of the Higher Hochschild Homology

Keywords: Homological Algebra, Algebraic Geometry, Quillen Functors

Abstract: We show that the Higher Hochschild complex associated to a connected pointed simplicial set commutes with localization of commutative algebras over a field of characteristic zero. After defining the Higher Hochschild cohomology of a scheme, we generalize the Hodge spectral sequence, the HKR theorem of Pirashvili, and then show that there exists a Hodge decomposition for the higher order Hochschild cohomology of a separated smooth scheme over a field of characteristic zero. We show that this definition and the Hodge spectral sequence coin-

cide with the definition and the spectral sequence of Pirashvili in the case of connected pointed simplicial sets and affine schemes. We also define a model structure on the category of modules over a presheaf of CDGA to give an equivalent definition of the higher order Hochschild cohomology of a separated scheme over a field of characteristic zero with coefficients in a quasi-coherent sheaf. Finally, we generalize the theorem of Swan to the Hochschild cohomology of separate schemes over a field.